

15 (повышенный уровень, время - 3 мин)

Тема: Основные понятия математической логики.

Что проверяется:

Знание основных понятий и законов математической логики

1.5.1. Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания.

1.1.7. Умение вычислять логическое значение сложного высказывания по известным значениям элементарных высказываний.

Про обозначения

К сожалению, обозначения логических операций И, ИЛИ и НЕ, принятые в «серьезной» математической логике ($\wedge$, $\vee$, $\neg$), неудобны, интуитивно непонятны и никак не проявляют аналогии с обычной алгеброй. Автор, к своему стыду, до сих пор иногда путает $\wedge$ и $\vee$. Поэтому на его уроках операция «НЕ» обозначается чертой сверху, «И» – знаком умножения (поскольку это все же логическое умножение), а «ИЛИ» – знаком «+» (логическое сложение).

В разных учебниках используют разные обозначения. К счастью, в начале задания ЕГЭ приводится расшифровка закорючек ($\wedge$, $\vee$, $\neg$), что еще раз подчеркивает проблему. Далее во всех решениях приводятся два варианта записи.

Что нужно знать:

- условные обозначения логических операций

$\neg A, \bar{A}$ не A (отрицание, инверсия)

$A \wedge B, A \cdot B$ A и B (логическое умножение, конъюнкция)

$A \vee B, A + B$ A или B (логическое сложение, дизъюнкция)

$A \rightarrow B$ импликация (следование)

- таблицы истинности логических операций «И», «ИЛИ», «НЕ», «импликация» (см. презентацию «Логика»)

- операцию «импликация» можно выразить через «ИЛИ» и «НЕ»:

$A \rightarrow B = \neg A \vee B$ или в других обозначениях $A \rightarrow B = \bar{A} + B$

- если в выражении нет скобок, сначала выполняются все операции «НЕ», затем – «И», затем – «ИЛИ», затем – «импликация», и в самом конце – эквиваленция (тождество);

- операцию «импликация» ($A \rightarrow B$) в программе можно заменить на неравенство $A \leq B$; справедливость такой замены легко доказать через таблицы истинности;

- в языке Python операции сравнения (такие как $\leq$, $=$ и др.) имеют приоритет выше, чем все логические операции; это надо учитывать при заменах импликации на $\leq$ или эквивалентности на $=$

- иногда полезны формулы де Моргана¹:

$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$ $\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$

$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$ $\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$

- для упрощения выражений можно использовать формулы

$A + A \cdot B = A$ (т.к. $A + A \cdot B = A \cdot 1 + A \cdot B = A \cdot (1 + B) = A \cdot 1 = A$)

$A + \bar{A} \cdot B = A + B$ (т.к. $A + \bar{A} \cdot B = (A + \bar{A}) \cdot (A + B) = 1 \cdot (A + B) = A + B$)

- некоторые свойства импликации

$A \rightarrow (B \cdot C) = (A \rightarrow B) \cdot (A \rightarrow C)$

$A \rightarrow (B + C) = (A \rightarrow B) + (A \rightarrow C)$

Связь логики и теории множеств:

¹ Огастес (Август) де Морган – шотландский математик и логик.

- пересечение множеств соответствует умножению логических величин, а объединение – логическому сложению;
- пустое множество $\emptyset$ – это множество, не содержащее ни одного элемента, оно играет роль нуля в теории множеств;
- универсальное множество I – это множество, содержащее все возможные элементы заданного типа (например, все целые числа), оно играет роль логической единицы: для любого множества целых чисел X справедливы равенства $X + I = I$ и $X \cdot I = X$ (для простоты мы используем знаки сложения и умножения вместо знаков пересечения $\cap$ и объединения $\cup$ множеств)
- **дополнение** $\bar{X}$ множества X – это разность между универсальным множеством I и множеством X (например, для целых чисел $\bar{X}$ – все целые числа, не входящие в X)
- пусть требуется выбрать множество A так, чтобы выполнялось равенство $A + X = I$; в этом случае множество A должно включать дополнение $\bar{X}$, то есть $A \supseteq \bar{X}$ (или «по-простому» можно записать $A \geq \bar{X}$), то есть $A_{\min} = \bar{X}$
- пусть требуется выбрать множество A так, чтобы выполнялось равенство $\bar{A} + X = I$, в этом случае множество $\bar{A}$ должно включать дополнение $\bar{X}$, то есть $\bar{A} \supseteq \bar{X}$; отсюда $A \subseteq X$, то есть $A_{\max} = X$

Задачи с поразрядными операциями

Как вычислять выражение с поразрядными операциями

В задачах ЕГЭ до настоящего времени использовалась только поразрядная логическая операция «И» (она обозначается символом $\&$), которая выполняется между соответствующими битами двоичной записи двух целых чисел. Не забывайте, что

Результат поразрядной операции между целыми числами – это целое число!.

Например, найдём результат поразрядной операции $29 \& 11$:

$$\begin{array}{rcl} 29 & = & 11101_2 \\ 11 & = & 01011_2 \\ 9 & = & 01001_2 \end{array}$$

Серым фоном отмечены биты, которые в обоих числах равны 1. Только они и будут равны 1 в числе-результате. Таким образом, $29 \& 11 = 9$.

Теперь найдём результат операции ($29 \& 11 = 0$). Не забывайте, что

Результаты операций $(a \& b = 0)$ и $(a \& b \neq 0)$ – это логические значения (истина/ложь)!.

Вычислим значение выражения:

$$((x \& 26 = 0) \vee (x \& 13 = 0)) \rightarrow ((x \& 78 \neq 0) \rightarrow (x \& A = 0))$$

при $x = 5, A = 57$:

$$((5 \& 26 = 0) \vee (5 \& 13 = 0)) \rightarrow ((5 \& 78 \neq 0) \rightarrow (5 \& 57 = 0))$$

Вычисляем результаты поразрядного И (это числа!):

$$\begin{array}{ll} 5 \& 26 = 0 & 5 \& 13 = 5 \\ 5 \& 78 = 4 & 5 \& 57 = 1 \end{array}$$

Теперь вычисляем логические значения (И – истина, Л – ложь):

$$\begin{array}{ll} (5 \& 26 = 0) = \text{И} & (5 \& 13 = 0) = \text{Л} \\ (5 \& 78 \neq 0) = \text{И} & (5 \& 57 = 0) = \text{Л} \end{array}$$

Наконец, подставляем эти логические значения в заданное выражение:

$$\begin{array}{l} (\text{И} \vee \text{Л}) \rightarrow (\text{И} \rightarrow \text{Л}) \\ \text{И} \rightarrow \text{Л} = \text{Л} \end{array}$$

При заданных условиях выражение ложно.

Решение задач с поразрядными операциями

Для решения этих задач удобно применять метод, предложенный А.В. Здвижковой (г. Армавир) и обоснованный автором². Введём обозначения

$$Z_K(x) \equiv (x \& K = 0)$$

Это означает, что если истинно $Z_K(x)$, то это равносильно тому, что истинно $x \& K = 0$. Для сокращения записи вместо $Z_K(x)$ будем писать просто Z_K .

Пусть в двоичной записи числа K бит с номером i , обозначаемый как k_i , равен 1. Если при этом для некоторого x выполнено условие Z_K , то соответствующий i -й бит в двоичной записи числа x равен нулю, так как должно выполняться условие $x_i \& k_i = 0$.

Для преобразования выражений полезно следующее свойство:

$$Z_K \cdot Z_M = Z_{K \text{ or } M}$$

где «or» означает поразрядную дизъюнкцию между двумя натуральными числами. Для доказательства предположим, что в двоичной записи числа K биты с номерами $i_1, i_2, \dots, i_q$ равны 1, а остальные равны 0; а в двоичной записи числа M биты с номерами $j_1, j_2, \dots, j_p$ равны 1, а остальные равны 0. Истинность выражения в левой части означает, что все биты числа x , входящие во множества $B_K = \{i_1, i_2, \dots, i_q\}$ и $B_M = \{j_1, j_2, \dots, j_p\}$ одновременно равны нулю. Поэтому любая комбинация битов из этих множеств тоже равна нулю. Это справедливо, в том числе, и для множества, которое представляет собой объединение множеств B_K и B_M , то есть, для множества единичных битов числа $K \text{ or } M$.

Самый важный результат можно сформулировать так:

Условие $Z_K \rightarrow Z_M$ истинно для любых натуральных значений x тогда и только тогда, когда все единичные биты двоичной записи числа M входят во множество единичных битов двоичной записи числа K .

Доказательство. Пусть в двоичной записи числа K биты с номерами $i_1, i_2, \dots, i_q$ равны 1, а остальные равны 0. Пусть также Z_K истинно для некоторого x , это значит, что в числе x биты с теми же номерами – нулевые. Если все единичные биты двоичной записи числа M входят во множество $B_K = \{i_1, i_2, \dots, i_q\}$, то истинно и высказывание Z_M , а следовательно – высказывание $Z_K \rightarrow Z_M$ ($1 \rightarrow 1 = 1$). Если же хотя бы один бит двоичной записи числа M не входит во множество B_K (пусть это будет бит с номером j), то для тех x , у которых все биты из множества B_K нулевые, а бит j равен 1, выполняется Z_K , но не выполняется Z_M , так что высказывание $Z_K \rightarrow Z_M$ ложно.

Для упрощения выражений полезен следующий результат:

Условие $Z_K \rightarrow Z_M \cdot \bar{Z}_N$ при любых натуральных K, M и N ложно для некоторых натуральных значений x .

Идея доказательства состоит в том, чтобы представить импликацию в виде произведения двух импликаций:

$$Z_K \rightarrow Z_M \cdot \bar{Z}_N = (Z_K \rightarrow Z_M) \cdot (Z_K \rightarrow \bar{Z}_N).$$

Вторая импликация в правой части ложна хотя бы для некоторых x , поскольку из того, что некоторые биты числа x равны нулю (выполняется Z_K) совершенно не следует, что какие-то другие (или те же самые) биты того же числа ненулевые (выполняется $\bar{Z}_N$). Строгое доказательство дано в статье, ссылка на которую приведена в сноске на предыдущей странице.

Метод, предложенный А.В. Здвижковой заключается в следующем:

- 1) упростить заданное выражение, сведя его к импликации, в которой нет инверсий
- 2) применить полученные выше результаты для нахождения всех подходящих значений неизвестного числа a , включая минимальное и максимальное значения.

² <http://kpolyakov.spb.ru/download/bitwise2.pdf>

Этот же метод можно применить и в том случае, когда результат поразрядной операции «И» сравнивается не с нулём, а с другими числами. Например, рассмотрим выражение $R = (x \& 125 = 5)$. Переведём числа в двоичную систему:

$$\begin{array}{r} 6 \ 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 \ 0 \\ 125 = 1111101_2 \\ 5 = 101_2. \end{array}$$

Истинность R означает, что

- 1) биты числа x с номерами 3, 4, 5 и 6 равны 0;
- 2) биты числа x с номерами 0 и 2 равны 1.

С учётом введённых выше обозначений можно записать эквивалентное условие:

$$R = (x \& 125 = 5) \Leftrightarrow Z_{120} \cdot \bar{Z}_4 \cdot \bar{Z}_1 = 1.$$

Применяя операцию «НЕ» к этому выражению, получаем

$$\bar{R} = (x \& 125 \neq 5) \Leftrightarrow \overline{Z_{120} \cdot \bar{Z}_4 \cdot \bar{Z}_1} = 1 \Leftrightarrow \bar{Z}_{120} + Z_4 + Z_1 = 1.$$

В общем виде для чисел b и c , таких, что множество единичных битов числа c входит во множество единичных битов числа b , имеем

$$\begin{aligned} R = (x \& b = c) &\Leftrightarrow Z_{b-c} \cdot \bar{Z}_{c_1} \cdot \bar{Z}_{c_2} \dots \bar{Z}_{c_q} = 1 \\ \bar{R} = (x \& b \neq c) &\Leftrightarrow \bar{Z}_{b-c} + Z_{c_1} + Z_{c_2} + \dots + Z_{c_q} = 1. \end{aligned}$$

где $c_1, c_2, \dots, c_q$ – степени числа 2, которые соответствуют единичным битам числа c . Например, для $c = 5 = 101_2$ имеем $c_1 = 2^2 = 4$, $c_2 = 2^0 = 1$.

Пример задания:

Р-35 (демо-2021). Обозначим через **ДЕЛ** (n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \Leftrightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 6) \Leftrightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 9))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Решение (теоретическое):

- 1) для сокращения записи введём обозначения:

$$\text{ДЕЛ}(x, A) = A$$

$$\text{ДЕЛ}(x, 6) = D_6$$

$$\text{ДЕЛ}(x, 9) = D_9$$

- 2) перепишем выражение в виде $\bar{A} \rightarrow (D_6 \rightarrow \bar{D}_9) = 1$

- 3) используя формулу $A \rightarrow B = \bar{A} + B$, раскроем первую импликацию:

$$A + (D_6 \rightarrow \bar{D}_9) = 1$$

- 4) и вторую:

$$A + \bar{D}_6 + \bar{D}_9 = 1$$

- 5) согласно правилу де Моргана $\bar{D}_6 + \bar{D}_9 = \overline{D_6 \cdot D_9}$, так что

$$A + \overline{D_6 \cdot D_9} = 1$$

- 6) сведём выражение к единственной импликации

$$D_6 \cdot D_9 \rightarrow A = 1$$

- 7) сформулируем правило, которое мы получили: если значение x делится на 6 и делится на 9, то оно делится на A ;

- 8) если значение x делится на 6 и делится на 9, то оно делится на наименьшее общее кратное НОК(6,9)=18, поэтому наибольшее значение A , удовлетворяющее условию, равно 18

- 9) Ответ: **18**.

Решение (с помощью программы):

- 1) для проверки решения (при наличии времени) можно использовать программу; напомним её на языке Python

- 2) определим логическую функцию **Del** с двумя аргументами, которая проверяет делимость первого аргумента **x** на второй аргумент **D** (если **x** делится на **D**, возвращается **True**)

```
def Del( x, D ):
    return x % D == 0
```

Функция названа **Del** с большой буквы, чтобы её имя отличалось от команды удаления **del**.

- 3) теперь определим функцию **f(x, A)**, которая вычисляет заданное нам выражение:

```
def f( x, A ):
    return (not Del(x,A)) <= (Del(x,6) <= (not Del(x,9)))
```

здесь импликация заменяется на **<=** (спасибо за идею А. Сидорову) с учётом того, что **False < True**; проверим правильность такой замены по таблице истинности операции импликация:

A	B	A→B	A<=B
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	1	1

- 4) основная программа проверяет выражение на истинность полным перебором (методом «грубой силы», англ. *brute force*) для возрастающих значений **A**; предполагаем, что наибольшее **A** меньше, чем 1000; тогда

```
for A in range(1, 1000):
    if A подходящее:
        print( A )
```

- 5) что значит «**A** подходящее»? Это означает, что при всех натуральных **x** выражение **f(x)** истинно; это можно проверить перебором, скажем, для всех **x**, меньших 1000:

```
for A in range(1,1000):
    OK = True
    for x in range(1,1000):
        if not f(x,A):
            OK = False
            break
    if OK:
        print( A )
```

- 6) блок, выделенный серым фоном – это проверка очередного значения **A**; сначала логическая переменная **OK** равна **True** (все хорошо); если для какого-то **x** функция **f(x)** вернула значение **False** (ложь), переменной **OK** присваивается значение **False** (это **A** не подходит) и цикл заканчивается досрочно с помощью оператора **break** (остальные значения **x** проверять нет смысла, всё уже понятно)
- 7) если внутренний цикл отработал и переменная **OK** осталась равной **True**, то **A** подходит и выводится на экран
- 8) программа выводит

```
1
2
3
6
9
18
```

ответом будет последнее выведенное значение **A**, равное 18

- 9) Ответ: 18.

В некоторых случаях диапазона [1;999], который используется при переборе значений **A** и **x**, может не хватить для правильного решения задачи. Например, при некотором **A** программа просто не дойдёт до значения **x > 999**, при котором нарушится истинность высказывания, и это **A** будет принято за правильный ответ. Поэтому лучше увеличивать диапазон перебора до 10000-50000, по крайней мере, для переменной **x**.

- 10) приведём полную программу:

```
def Del( x, D ):
    return x % D == 0
```

```
def f( x, A ):
    return (not Del(x,A)) <= (Del(x,6) <= (not Del(x,9)))

for A in range(1,1000):
    OK = True
    for x in range(1,1000):
        if not f(x,A):
            OK = False
            break
    if OK:
        print( A )
```

Для других задач этого типа достаточно заменить логическое выражение в функции $f(x)$.

- 11) возможна краткая, но менее понятная форма программы без функций, использующая попеременно числовые и логические значения и операции с ними (А. Сидоров, <https://www.youtube.com/watch?v=vdllsolkM>):

```
for A in range(1,1000):
    OK = 1
    for x in range(1,1000):
        OK *= (x % A != 0) <= ((x % 6 == 0) <= (x % 9 != 0))
    if OK:
        print( A )
```

При умножении ложное значение равносильно нулю, поэтому если хотя бы для одного значения x условие не выполняется, переменная OK в конце внутреннего цикла будет равна 0.

Решение (с помощью программы, И. Моисеев):

- 1) напомним понятную форму программы без функций; преобразования, используя формулу $A \rightarrow B = \bar{A} + B$, получаем выражение:

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \vee \neg (\text{ДЕЛ}(x, 6) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 9))$$

Так как формула должна быть тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x), то необходимо, чтобы выполнялось хотя бы одно условие в этом выражении.

- 2) программа проверяет выражение на истинность каждое слагаемое полным перебором для возрастающих значений A ; предполагаем, что наибольшее A не превышает 1000, тогда

```
a = [] # массив хранения значений A
for A in range(1,1001):
    countX = 0
    for x in range(1,1001):
        if (x%A == 0) or not(x%6 == 0) or not(x%9 == 0):
            countX += 1
    if countX == 1000: #все числа X перебрали
        a.append(A)
print( max(a) )
```

- 3) если после отработки внутреннего цикла переменная `countX` стала равна 1000, то это говорит о том, что при всех числах X хотя одно из слагаемых будет равно `True`; тогда текущее значение A подходит и записывается в массив a
- 4) после работы программы в массиве оказываются значения:

```
1
2
3
6
9
18
```

функция `max(a)` позволяет определить ответ – наибольшее значение A , равное 18

- 5) Ответ: **18**.

Ещё пример задания:

Р-34. (С.С. Поляков) Укажите наименьшее целое значение A , при котором выражение

$$(5k + 6n > 57) \vee ((k \leq A) \wedge (n < A))$$

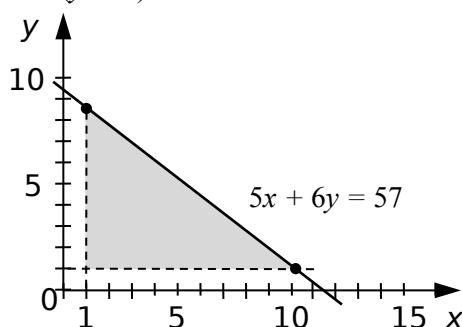
истинно для любых целых положительных значений k и n .

Решение:

- 1) особенность этой задачи – «уход» авторов от привычных обозначений переменных, x и y ; поскольку мы будем работать с графиками на плоскости, удобнее всё же вернуться к стандартным переменным x и y (понятно, что результат от этого не изменится)

$$(5x + 6y > 57) \vee ((x \leq A) \wedge (y < A))$$

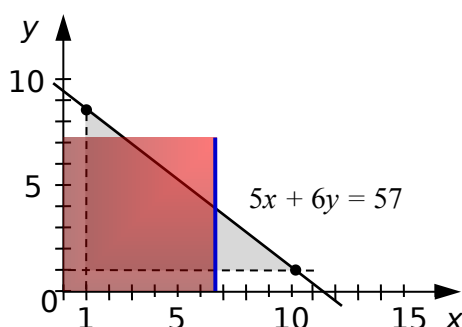
- 2) первое выражение $(5x + 6y > 57)$ не зависит от выбора A
- 3) таким образом, нам нужно выбрать значение A так, чтобы условие $(x < A) \text{ and } (y \leq A)$ выполнялось при всех x и y , для которых ложно $(5x + 6y > 57)$, то есть истинно $(5x + 6y \leq 57)$
- 4) Нужно также учесть, что x и y положительны и добавить ещё два ограничения: $(x \geq 1) \text{ and } (y \geq 1)$, таким образом, получаем треугольник, ограниченный линиями $(5x + 6y = 57) \text{ and } (x \geq 1) \text{ and } (y \geq 1)$



- 5) для всех точек этого треугольника с целочисленными координатами должно выполняться условие

$$(x \leq A) \wedge (y < A)$$

- 6) это значит, что треугольник (точнее, все его точки с целочисленными координатами) должен оказаться внутри квадрата со стороной A , причем в силу нестрогого неравенства $(x \leq A)$ правая граница квадрата (она выделена жирной синей линией) может совпадать с точками треугольника:



- 7) находим точку пересечения прямых $5x + 6y = 57$ и $x = 1$: $y \approx 8,67$; поскольку нужно выполнить условие $(y < A)$, получаем $A > 8$
- 8) находим точку пересечения прямых $5x + 6y = 57$ и $y = 1$: $x = 10,2$; поскольку нужно выполнить условие $(x \leq A)$, получаем $A \geq 10$
- 9) оба условия нужно выполнить одновременно, поэтому выбираем наиболее жёсткое: $A \geq 10$, что даёт $A_{\min} = 10$.
- 10) Ответ: **10**.
- 11) заметим, что эту простую задачу можно было решать и аналитически, учитывая, что нам достаточно рассматривать не все точки треугольника, а только отрезок прямой $5x + 6y = 57$,

ограниченный прямыми $x = 1$ и $y = 1$: если все точки этого отрезка окажутся внутри красного квадрата, то и все остальные точки треугольника тоже будут внутри красного квадрата; поэтому находим максимальную целочисленную координату y на отрезке:

$$5x + 6y = 57 \text{ и } x = 1: y \approx 8,67 \Rightarrow y_{\max} = 8$$

затем – максимальную целочисленную координату x на отрезке:

$$5x + 6y = 57 \text{ и } y = 1: x = 10,2 \Rightarrow x_{\max} = 10$$

и выбираем наименьшее A , при котором ($y_{\max} < A$) и ($x_{\max} \leq A$), то есть $A_{\min} = 10$

Решение (программа на Python, Г.М. Федченко):

1) программа на Python, полный перебор:

```
def f( k, n, A ):
    return (5*k + 6*n > 57) or (k <= A) and (n < A)

for A in range(1,1000):
    OK = True
    for k in range(1,1000):
        for n in range(1,1000):
            if not f(k, n, A):
                OK = False
                break
    if OK:
        print( A )
        break
```

2) вариант без функции:

```
for A in range(1,1000):
    OK = 1
    for k in range(1,1000):
        for n in range(1,1000):
            OK *= (5*k + 6*n > 57) or (k <= A) and (n < A)
            if not OK: break
    if OK:
        print( A )
        break
```

3) Ответ: **10**.

Ещё пример задания:

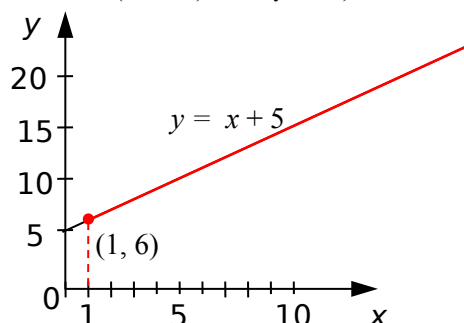
Р-33. (С.С. Поляков) Укажите наибольшее целое значение A , при котором выражение

$$(y - x \neq 5) \vee (A < 2x^3 + y) \vee (A < y^2 + 16)$$

истинно для любых целых положительных значений x и y .

Решение:

- 1) первое выражение $(y - x \neq 5)$ не зависит от выбора A
- 2) таким образом, нам нужно выбрать значение A так, чтобы условие $(A < 2x^3 + y) \text{ or } (A < y^2 + 16)$ выполнялось при всех x и y , для которых ложно $(y - x \neq 5)$, то есть истинно $(y - x = 5)$ или $y = x + 5$
- 3) нарисуем линию $y = x + 5$. Нужно также учесть, что x и y положительны и добавить ещё два ограничения: $(x \geq 1) \text{ and } (y \geq 1)$.



- 4) находим точку пересечения прямых $y = x + 5$ и $x = 1$: $(x = 1, y = 6)$;
- 5) по условию задачи нужно, чтобы для всех точек прямой $y = x + 5$ справа от точки $(1, 6)$ (они выделены красным цветом) было выполнено условие $(A < 2x^3 + y)$ **or** $(A < y^2 + 16)$
- 6) поскольку два условия связаны с помощью операции ИЛИ, достаточно выполнения одного из этих условий
- 7) рассмотрим условие $(A < 2x^3 + y)$; минимальные значения x и y из всех точек красного луча имеет крайняя точка $(1, 6)$, причём здесь достигается одновременно и минимум x , и минимум y ; поэтому получаем $(A < 2x^3 + y) \Rightarrow (A < 2 \cdot 1^3 + 6) \Rightarrow (A < 8)$
- 8) для второго условия $(A < y^2 + 16)$ также рассматриваем самое жёсткое ограничение – в точке $(1, 6)$, где значение y минимально; получаем $(A < 6^2 + 16) \Rightarrow (A < 52)$
- 9) Поскольку должно выполняться одно из условий $(A < 8)$ **or** $(A < 52)$, выбираем наименее жёсткое: $(A < 52)$
- 10) Ответ: **51**.

Решение (программа на Python, Г.М. Федченко):

- 1) программа на Python, полный перебор:


```
def f( x, y, A ):
    return (y - x != 5) or (A < 2*x**3 + y) or (A < y**2 + 16)

for A in range(1,100):
    OK = True
    for k in range(1,1000):
        for n in range(1,1000):
            if not f(k, n, A):
                OK = False
                break
    if OK:
        print( A )
```
- 2) ещё один вариант с функцией (перебор значений A в порядке убывания):


```
def f( x, y, A ):
    return (y - x != 5) or (A < 2*x**3 + y) or (A < y**2 + 16)

for A in range(100, 0, -1):
    OK = True
    for k in range(1,1000):
        for n in range(1,1000):
            if not f(k, n, A):
                OK = False
                break
    if OK:
        print( A )
        break
```
- 3) вариант без функции:


```
for A in range(1,100):
    OK = 1
    for x in range(1,1000):
        for y in range(1,1000):
            OK *= (y - x != 5) or (A < 2*x**3 + y) or (A < y**2 + 16)
            if not OK: break
    if OK:
        print( A )
```
- 4) ещё один вариант без функции:


```
for A in range(100, 0, -1):
    OK = 1
    for x in range(1,1000):
        for y in range(1,1000):
            OK *= (y - x != 5) or (A < 2*x**3 + y) or (A < y**2 + 16)
            if not OK: break
```

```

if OK:
    print( A )
    break

```

5) Ответ: **51**.

Ещё пример задания:

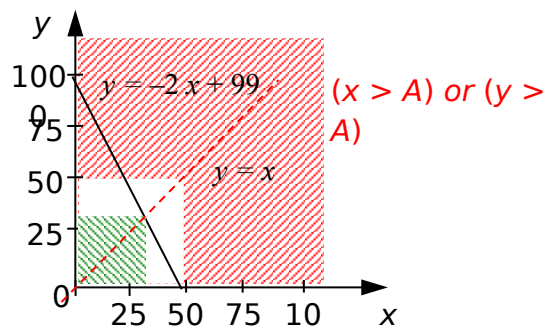
P-32. Укажите наибольшее целое значение A , при котором выражение

$$(y + 2x \neq 99) \vee (y > A) \vee (x > A)$$

истинно для любых целых положительных значений x и y .

Решение:

- 1) первое выражение не зависит от выбора A : $(y + 2x \neq 99)$
- 2) таким образом, нам нужно выбрать значение A так, чтобы условие $(y > A) \text{ or } (x > A)$ выполнялось при всех x и y , для которых ложно $(y + 2x \neq 99)$, то есть истинно $(y + 2x = 99)$ или $y = -2x + 99$
- 3) нарисуем линию $y = -2x + 99$, а также заштрихуем область $(y > A) \text{ or } (x > A)$ для некоторого значения A , например, для $A = 50$ (конечно, нужно учесть, что x и y положительны и добавить ещё два ограничения: $(x > 0) \text{ and } (y > 0)$):



- 4) по условию задачи нужно, чтобы все точки отрезка прямой $y = -2x + 99$ в первой четверти плоскости оказались в заштрихованной зоне
- 5) поэтому все точки образовавшегося белого квадрата, в том числе и его вершина (A, A) , должны находиться строго под этим отрезком; такой квадрат, соответствующий максимальному значению A , выделен на рисунке зелёной штриховкой
- 6) находим координаты вершины зелёного квадрата: находим точку пересечения прямых $y = -2x + 99$ и $y = x$; эта задача сводится к линейному уравнению $x = -2x + 99$ решение которого — $x = 33$
- 7) значение A должно быть меньше этого x , поэтому максимальное значение $A = 32$
- 8) Ответ: **32**.

Ещё пример задания:

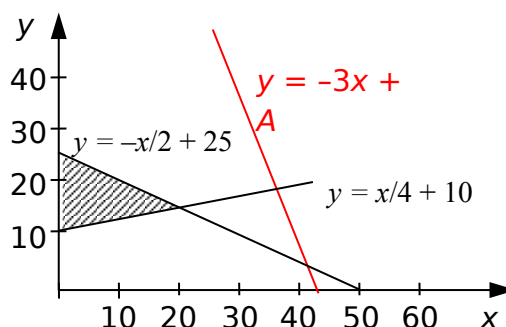
P-31. Укажите наименьшее целое значение A , при котором выражение

$$(y + 3x < A) \vee (2y + x > 50) \vee (4y - x < 40)$$

истинно для любых целых положительных значений x и y .

Решение:

- 1) второе и третье выражения не зависят от выбора A : $(2y + x > 50) \text{ or } (4y - x < 40)$
- 2) таким образом, нам нужно выбрать значение A так, чтобы условие $(y + 3x < A)$ выполнялось при всех x и y , для которых ложно $(2y + x > 50) \text{ or } (4y - x < 40)$, то есть истинно $(2y + x \leq 50) \text{ and } (4y - x \geq 40)$
- 3) последние два условия можно переписать в виде $(y \leq -x/2 + 25) \text{ and } (y \geq x/4 + 10)$
- 4) поскольку по условию x и y должны быть положительны, добавляем ещё два условия: $(y \leq -x/2 + 25) \text{ and } (y \geq x/4 + 10) \text{ and } (x > 0) \text{ and } (y > 0)$
- 5) изобразим схематично на плоскости $x - y$ эту область (она заштрихована):



- 6) для всех точек этой области должно выполняться условие $y + 3x < A$, равносильное условию $y < -3x + A$
- 7) это значит, что вся область должна лежать ниже линии $y = -3x + A$; одна такая подходящая линия показана на рисунке сверху
- 8) из рисунка видно, что при параллельном переносе вниз, соответствующем изменению A , она коснётся заштрихованной области в правой вершине заштрихованного треугольника
- 9) найдём эту точку пересечения:
 $y = -x/2 + 25 = x/4 + 10 \Rightarrow x = 20, y = 15$
- 10) поэтому допустимые значения A определяются условием:
 $15 < -3 \cdot 20 + A \Rightarrow A > 75$
откуда следует, что $A_{\min} = 76$.

11) Ответ: **76**.

Примечание: фактически эта задача представляет собой задачу целочисленного **линейного программирования**, на что впервые обратил внимание **Б.А. Державец**³.

Решение (программа на Python, Г.М. Федченко):

- 1) программа на Python, полный перебор:

```
def f( x, y, A ):
    return (y + 3*x < A) or (2*y + x > 50) or (4*y - x < 40)

for A in range(1, 200):
    OK = True
    for x in range(1,1000):
        for y in range(1,1000):
            if not f(x, y, A):
                OK = False
                break
    if OK:
        print( A )
        break
```
- 2) вариант без функции:

```
for A in range(1, 200):
    OK = 1
    for x in range(1,1000):
        for y in range(1,1000):
            OK *= (y + 3*x < A) or (2*y + x > 50) or (4*y - x < 40)
            if not OK: break
    if OK:
        print( A )
        break
```
- 3) Ответ: **76**.

³ http://informatics-ege.blogspot.ru/2018/05/simplex-method-and-task-18-advanced_16.html

Ещё пример задания:

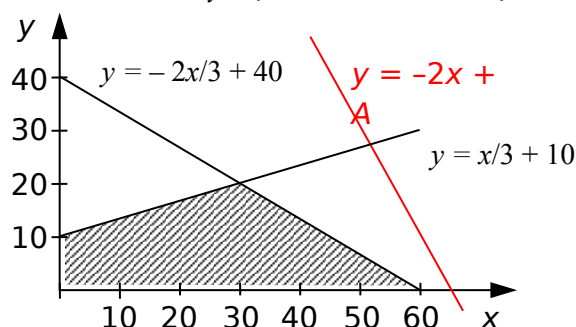
Р-30. Укажите наименьшее целое значение A , при котором выражение

$$(y + 2x < A) \vee (3y + 2x > 120) \vee (3y - x > 30)$$

истинно для любых целых положительных значений x и y .

Решение:

- 1) второе и третье выражения не зависят от выбора A : $(3y + 2x > 120)$ or $(3y - x > 30)$
- 2) таким образом, нам нужно выбрать значение A так, чтобы условие $(y + 2x < A)$ выполнялось при всех x и y , для которых ложно $(3y + 2x > 120)$ or $(3y - x > 30)$, то есть истинно $(3y + 2x \leq 120)$ and $(3y - x \leq 30)$
- 3) последние два условия можно переписать в виде $(y \leq -2x/3 + 40)$ and $(y \leq x/3 + 10)$
- 4) поскольку по условию x и y должны быть положительны, добавляем ещё два условия: $(y \leq -2x/3 + 40)$ and $(y \leq x/3 + 10)$ and $(x > 0)$ and $(y > 0)$
- 5) изобразим схематично на плоскости $x - y$ эту область (она заштрихована):



- 6) для всех точек этой области должно выполняться условие $y + 2x < A$, равносильное условию $y < -2x + A$
- 7) это значит, что вся область должна лежать ниже линии $y = -2x + A$; одна такая подходящая линия показана на рисунке сверху
- 8) поскольку коэффициент наклона этой линии (-2) по модулю больше, чем коэффициент прямой $y = -2x/3 + 40$, при параллельном переносе вниз, соответствующем изменению A , она коснётся заштрихованной области не в вершине, а в угловой точке около оси Ox
- 9) таким образом третье условие не влияет на результат, и для всех $x > 0$ и $y > 0$, удовлетворяющих условию $3y + 2x \leq 120$, нужно обеспечить выполнение условия $y < -2x + A$
- 10) умножим обе части последнего неравенства на 3: $3y < -6x + 3A$
- 11) теперь, учитывая, что $3y \leq -2x + 120$, получаем, что максимальное значение $3y$, которое нужно «перекрыть», равно $-2x + 120$
- 12) поэтому получаем $-2x + 120 < -6x + 3A$ или $3A > 120 + 4x$
- 13) максимально возможное значение x , удовлетворяющее условию $3y + 2x \leq 120$, определяется подстановкой минимального y , равного 1: $3 + 2x \leq 120 \Rightarrow 2x \leq 117 \Rightarrow x_{\max} = 58$
- 14) поэтому допустимые значения A определяются условием:
 $3A > 120 + 4x_{\max} = 120 + 4 \cdot 58 = 352$
откуда следует, что $A > 117,6$, то есть $A_{\min} = 118$.
- 15) Ответ: **118**.

Ещё пример задания:

Р-29. Укажите наименьшее целое значение A , при котором выражение

$$(y + 2x < A) \vee (x > 20) \vee (y > 30)$$

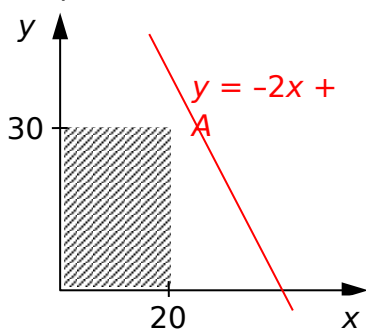
истинно для любых целых положительных значений x и y .

Решение:

- 1) второе и третье выражения не зависят от выбора A : $(x > 20)$ or $(y > 30)$
- 2) таким образом, нам нужно выбрать значение A так, чтобы условие $(y + 2x < A)$ выполнялось при всех x и y , для которых ложно $(x > 20)$ or $(y > 30)$, то есть истинно

$(x \leq 20)$ and $(y \leq 30)$

- 3) поскольку по условию x и y должны быть положительны, добавляем ещё два условия:
 $(x \leq 20)$ and $(y \leq 30)$ and $(x > 0)$ and $(y > 0)$
- 4) изобразим схематично на плоскости $x - y$ эту область (она заштрихована):



- 5) для всех точек этой области должно выполняться условие $y + 2x < A$, равносильное условию $y < -2x + A$
- 6) это значит, что вся область должна лежать ниже линии $y = -2x + A$; одна такая подходящая линия показана на рисунке сверху
- 7) очевидно, что минимальное значение A соответствует ситуации, когда при параллельном переносе показанной линии вниз, соответствующем изменению A , она коснётся правого верхнего угла заштрихованного прямоугольника, то есть пройдёт через точку $(x = 20, y = 30)$
- 8) поэтому допустимые значения A определяются условием:
 $30 < -2 \cdot 20 + A$
откуда следует, что $A > 70$, то есть $A_{\min} = 71$.
- 9) Ответ: **71**.

Ещё пример задания:

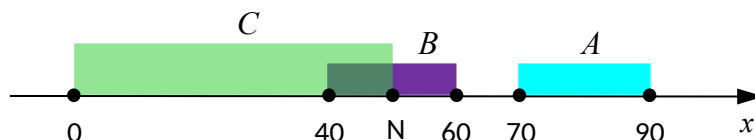
Р-28. На числовой прямой даны отрезки $A = [70; 90]$, $B = [40; 60]$ и $C = [0; N]$ и функция

$$F(x) = (\neg(x \in A) \rightarrow (x \in B)) \wedge (\neg(x \in C) \rightarrow (x \in A))$$

При каком наименьшем числе N функция $F(x)$ истинна более чем для 30 целых чисел x ?

Решение:

- 1) для сокращения записи введём обозначения
 $A = (x \in A)$, $B = (x \in B)$, $C = (x \in C)$.
фактически $A(x)$ – это логическая функция, определяющая принадлежность числа x отрезку A
- 2) запишем функцию в виде:
 $F(x) = (\bar{A} \rightarrow B)(\bar{C} \rightarrow A) = (A + B)(C + A)$
- 3) используя распределительный закон логики, упрощаем:
 $F(x) = A + B \cdot C$
- 4) это значит, что функция истинна на всём отрезке A (там 21 целое число) и на общей части отрезков B и C , где должно быть не менее $31 - 21 = 10$ целых чисел
- 5) нарисуем отрезки на числовой оси:



- 6) по рисунку видно, что
 - а) при $N < 40$ отрезки B и C не имеют общей части
 - б) при $N \in [40; 60]$ общая часть отрезков B и C – это отрезок $[40; N]$, на нём расположены $N - 40 + 1$ целых чисел
 - в) при $N > 60$ общая часть отрезков B и C совпадает с отрезком B , ему принадлежит 21 целое число
- 7) таким образом, функция $F(x)$ может быть истинной не более чем для 42 целых чисел
- 8) если требуется обеспечить её истинность для 31 целого числа, нужно выбрать N из условия $N - 40 + 1 = 10$, откуда $N = 49$

9) Ответ: 49.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) Упрощаем выражение: $F(x) = A + B \cdot C$
- 2) Примем отрезки за множество, тогда все числа отрезков будут элементами соответствующего множества. Сумма количества элементов множества А и количества элементов, которые соответствуют пересечению множеств В и С должна быть более 30.
- 3) Создадим множества А, В и С:

```
A = {i for i in range(70, 91)} # множество А
B = {i for i in range(40, 61)} # множество В
C = set() # множество С
```
- 4) В цикле будем добавлять элементы в множество С, пока сумма элементов $A + B \cdot C$ не достигнет более 30.

```
for N in range(90):
    C.add(N)
```

Если такое число достигнуто, то выводим ответ:

```
if (len(A) + len(B & C)) > 30:
    print(N)
    break
```
- 5) Приведем полную программу:

```
A = {i for i in range(70, 91)} # множество А
B = {i for i in range(40, 61)} # множество В
C = set() # множество С
for N in range(90):
    C.add(N)
    if (len(A) + len(B & C)) > 30:
        print(N)
        break
```
- 6) Ответ: 49.

Решение (программа на Python, Е. Джобс):

- 1) Полный текст программы:

```
# перебираем заведомо больший диапазон чисел
for N in range(10000):
    # если в диапазоне [0; 1000] больше 30 удовлетворяющих чисел
    if sum(
        ((not (70 <= x <= 90)) <= (40 <= x <= 60)) and
        ((not (0 <= x <= N)) <= (70 <= x <= 90))
        for x in range(1000)
    ) > 30:
        print(N) # печатаем N
        break    # завершаем алгоритм
```
- 2) Ответ: 49.

Ещё пример задания:

Р-27. Известно, что для некоторого отрезка А формула

$$(x \in A) \rightarrow (x^2 \leq 64) \wedge (x^2 \leq 25) \rightarrow (x \in A)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при всех вещественных значениях переменной x). Какую наименьшую длину может иметь отрезок А?

Решение:

- 1) заметим, что здесь два условия объединяются с помощью логической операции «И»:
 $(x \in A) \rightarrow (x^2 \leq 64)$
 $(x^2 \leq 25) \rightarrow (x \in A)$
- 2) рассмотрим первое условие; чтобы импликация была истинна, при истинной левой части (посылке) вторая часть (следствие) тоже должна быть истинна
- 3) это значит, что если x принадлежит отрезку А, должно выполняться условие $x^2 \leq 64$, то есть

- $|x| \leq 8$, поэтому отрезок A должен целиком содержаться внутри отрезка $[-8; 8]$
- 4) теперь рассмотрим второе условие: если $x^2 \leq 25$, то есть если $|x| \leq 5$, то такой x должен принадлежать отрезку A
 - 5) это значит, что весь отрезок $[-5; 5]$ должен находиться внутри A , длина этого отрезка – 10.
 - 6) Ответ: **10**.

Ещё пример задания:

P-26 (демо-2018). Для какого наибольшего целого числа A формула

$$((x \leq 9) \rightarrow (x \cdot x \leq A)) \wedge ((y \cdot y \leq A) \rightarrow (y \leq 9))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных x и y)?

Решение:

- 1) заметим, что здесь два условия, которые объединяются с помощью логической операции «И»:
 $(x \leq 9) \rightarrow (x \cdot x \leq A)$
 $(y \cdot y \leq A) \rightarrow (y \leq 9)$
- 2) необходимо, чтобы оба условия были выполнены одновременно; к счастью, первое зависит только от переменной x , а второе – только от переменной y , поэтому их можно рассматривать отдельно: каждое из них задает некоторое ограничение на значение A
- 3) рассмотрим первое условие: $(x \leq 9) \rightarrow (x \cdot x \leq A)$. Для того чтобы импликация была истинной, нужно не допустить варианта $1 \rightarrow 0$, то есть при истинной левой части правая часть тоже должна быть истинной.
- 4) это значит, что для всех $0 \leq x \leq 9$ мы должны обеспечить $x \cdot x \leq A$, то есть выбрать $A \geq x \cdot x$ для все допустимых значений x . Очевидно, что для этого необходимо и достаточно выбрать $A \geq 9 \cdot 9 = 81$. Таким образом, мы определили минимальное допустимое значение $A = 81$.
- 5) теперь рассмотрим второе условие: $(y \cdot y \leq A) \rightarrow (y \leq 9)$. Чтобы оно было истинно, нужно не допустить варианта $1 \rightarrow 0$. Выбором A мы можем влиять на левую часть, но не на правую. «Угрозу» представляет вариант, когда правая часть ложна, то есть $y > 9$. В этом случае нам нужно сделать левую часть ложной, то есть обеспечить выполнение условия $y \cdot y > A$.
- 6) для выбора максимального A возьмем минимальное значение y , для которого $y > 9$. Это даёт условие $10 \cdot 10 > A$, откуда следует $A < 100$
- 7) таким образом, максимально допустимое значение A равно 99.
- 8) Ответ: **99**.

Решение (через отрезки, А.Н. Евтеев, Тульская обл.):

- 1) Если заменить неравенства буквами, то формула в общем виде будет выглядеть так:

$$(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S) = 1$$

- 2) Перейдём от импликаций в скобках к логическому сложению, получим:

$$(\neg P + Q) \wedge (\neg R + S) = 1$$

- 3) Поскольку между скобками мы имеем логическое умножение, истинное лишь при истинности обоих сомножителей, можем перейти к системе:

$$\neg P + Q = 1$$

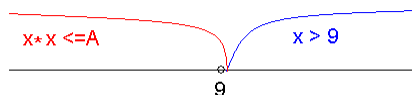
$$\neg R + S = 1$$

- 4) Вернёмся от букв к исходным неравенствам, учитывая инверсию:

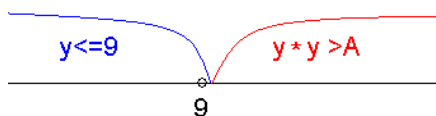
$$(x > 9) + (x \cdot x \leq A) = 1$$

$$(y \cdot y > A) + (y \leq 9) = 1$$

- 5) Перейдём к числовой прямой. Чтобы формула была истинной, каждая записанная выше сумма должна закрывать всю ось. Для первого выражения это будет выглядеть так:



- 6) Интервал от 10 и далее закрывает неравенство $x > 9$, а интервал от 0 до 9 включительно закрывает неравенство $x \cdot x \leq A$. И поскольку x на этом интервале не превышает 9, выражение $x \cdot x \leq A$ будет истинным уже при $A=81$
- 7) Аналогично для второй суммы:



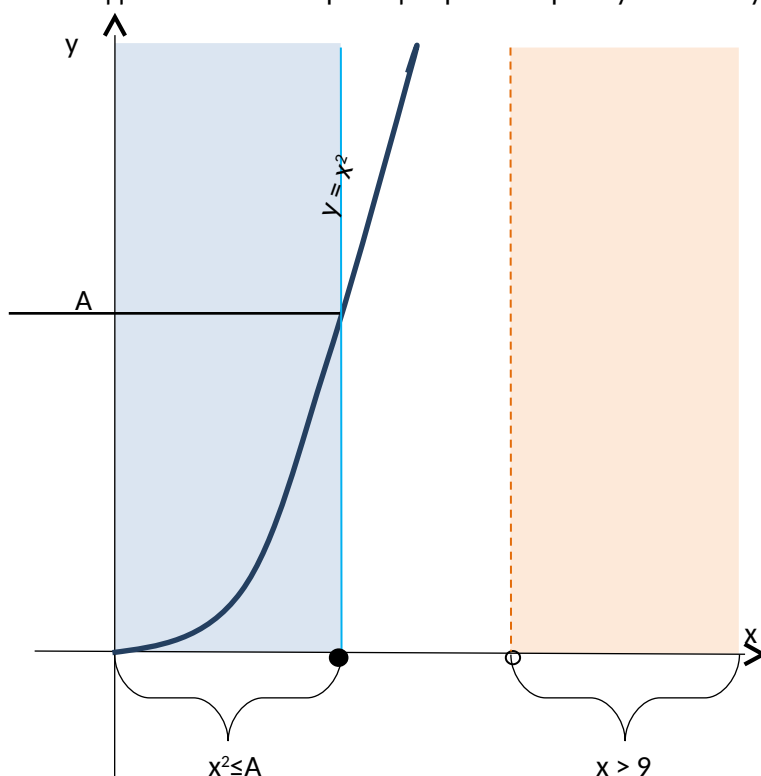
- 8) Интервал от 0 до 9 включительно закрывает неравенство $y \leq 9$, а интервал от 10 и далее закрывает неравенство $y \cdot y > A$. И поскольку значения y начнутся здесь с 10, а $y \cdot y = 100$, то выражение гарантированно будет истинным, если A будет меньше 100, то есть, не будет превышать 99.
- 9) Ответ: **99**.

Решение (графическое, О.В. Алимова):

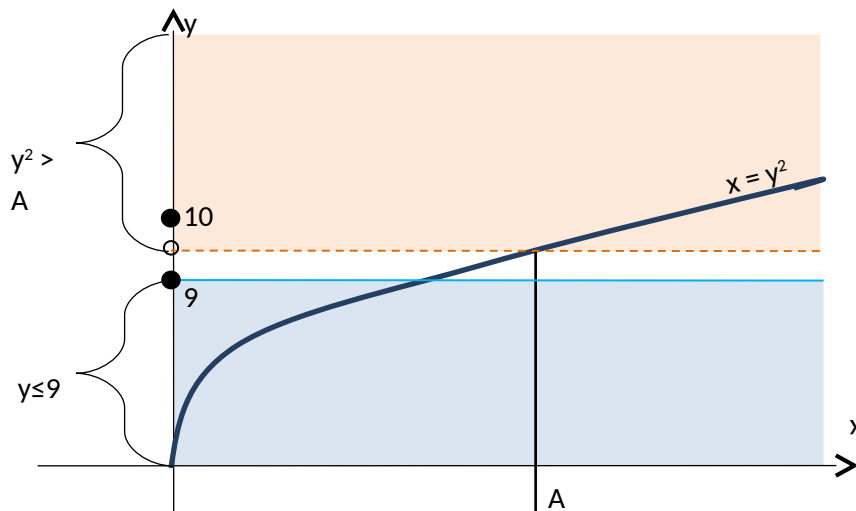
- 1) Перейдем к системе и избавимся от импликации

$$\begin{cases} (x > 9) + (x \cdot x \leq A) = 1 \\ (y \cdot y > A) + (y \leq 9) = 1 \end{cases}$$

- 2) Так как уравнения независимы, то можно рассматривать их отдельно. Согласно условию нас будет интересовать только I четверть.
- 3) Построим множества, удовлетворяющие первому уравнению.
- дизъюнкция – объединение множеств
 - от y в первом уравнении ничего не зависит, то есть, если для какого-то x неравенство выполнилось, то оно будет выполняться для этого x при любом y , следовательно можем рассматривать области плоскости, а не только отрезки/интервалы на оси Ox
 - для точек правой границы левого прямоугольника условие $x^2 \leq A$ выполняется
 - для точек левой границы правого прямоугольника условие $x > 9$ не выполняется



- 4) При увеличении значения A , ширина левого прямоугольника будет увеличиваться, и при $A = 81$, объединение прямоугольников закроет все значения x . Это наименьшее возможное значение A . При дальнейшем увеличении A , будет расти область пересечения прямоугольников, но все значения x , будут входить в объединение прямоугольников.
- 5) Рассмотрим второе уравнение. Множества удовлетворяющие этому уравнению будут выглядеть так:



- 6) Пока верхний и нижний прямоугольник пересекаются, можем увеличивать A .
- 7) Значение A можно увеличивать и дальше, пока в область объединения прямоугольников не перестанет попадать целое значение y . A это произойдет при $A=100$, для $y=10$ неравенство $y^2 > A$ перестанет выполняться. Наибольшее значение $A=99$.
- 8) Ответ: **99**.
- 9) **Замечания.** В зависимости от строгости(не строгости) неравенств в исходном уравнении, будут включаться или исключаться точки, лежащие на границе соответствующей области. Так значение A для уравнения $(x < 9) \rightarrow (x \cdot x \leq A) = 1$ будет 64, для уравнения $(x < 9) \rightarrow (x \cdot x < A) = 1$ будет 65, а для уравнения $(x \leq 9) \rightarrow (x \cdot x < A) = 1$ будет 82. Аналогично, во втором уравнении, могут получиться числа 100, 81, 80.

Решение (М.В. Кузнецова):

- 1) Заметим, что данная формула содержит конъюнкцию двух импликаций. Конъюнкция истинна только, если оба операнда равны 1, т.е. **обе импликации должны быть равны 1**, для этого надо исключить ситуации $1 \rightarrow 0$, переводя их к истинным импликациям $1 \rightarrow 1$ или $0 \rightarrow 0$.
- 2) Дальнейшие рассуждения оформим в таблице.

Формула*	$((x \leq 9) \rightarrow (A \geq x \cdot x)) \wedge ((A \geq y \cdot y) \rightarrow (y \leq 9))$			
Изменяемое выражение**	-	+	+	-
Нельзя допустить	1	0	1	0
Надо обеспечить	1	1	0	0
Новые выражения	$x \leq 9, x \in [0; 9]$	$A \geq x \cdot x$	$A < y \cdot y$	$y > 9, y \in [10; \infty)$
Выводы	$A \geq 9 \cdot 9, A_{\min} = 81$		$A < 10 \cdot 10, A_{\max} = 99$	

Пояснения

* При переписывании формулы в неравенствах с «А» меняем местами левую и правую часть, т.е. «А» пишем слева.

** Помечаем символом «+» элементы формулы, содержащие «А», изменяя значения которых должны исключить неблагоприятные ситуации.

- 3) Ответ: **99**.

Решение (программа на Python, А. Носкин):

- 1) Программа на Python, перебор вариантов:


```

a = [] # список для хранения значений A
for A in range(1, 200):
    k = 1 # флаг
    for x in range(1, 100):
        for y in range(1, 100):
            if ((x <= 9) <= (x * x <= A)) and ((y * y <= A) <= (y <= 9)) == False:
                k = 0 # появился X или Y, при котором ЛОЖЬ
                break
      
```

```

    if k == 1: # все числа X и Y перебрали
        a.append( A )
    print( max(a) )
2) Ответ: 99.

```

Ещё пример задания:

Р-25. Введём выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число a , такое что выражение

$$(x \& 125 \neq 1) \vee ((x \& 34 = 2) \rightarrow (x \& a = 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Решение:

- используя результаты теоретической части, перепишем выражение в виде
 $\overline{Z}_{124} + Z_1 + (Z_{32} \cdot \overline{Z}_2 \rightarrow A) = 1$
 где $Z_{124} = (x \& 124 = 0)$, $Z_1 = (x \& 1 = 0)$, $Z_2 = (x \& 2 = 0)$, $A = (x \& a = 0)$
- раскроем импликацию по формуле $A \rightarrow B = \overline{A} + B$:
 $\overline{Z}_{124} + Z_1 + \overline{Z_{32} \cdot \overline{Z}_2} + A = 1$
- применим закон де Моргана $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$:
 $\overline{Z}_{124} + Z_1 + \overline{Z_{32}} + Z_2 + A = 1$
- перейдём к импликации, в которой нет выражений с инверсиями (операциями «НЕ»):
 $(\overline{Z}_{124} + \overline{Z_{32}}) + Z_1 + Z_2 + A = 1$
 $(\overline{Z_{124}} \cdot \overline{Z_{32}}) + Z_1 + Z_2 + A = 1$
 $(Z_{124} \cdot Z_{32}) \rightarrow (Z_1 + Z_2 + A) = 1$
- преобразуем левую часть выражения:
 $Z_{124} \cdot Z_{32} = Z_{124 \text{ or } 32} = Z_{124}$
 так что $Z_{124} \rightarrow (Z_1 + Z_2 + A) = 1$
- используя свойство импликации $A \rightarrow (B + C) = (A \rightarrow B) + (A \rightarrow C)$, получаем
 $Z_{124} \rightarrow (Z_1 + Z_2 + A) = (Z_{124} \rightarrow Z_1) + (Z_{124} \rightarrow Z_2) + (Z_{124} \rightarrow A)$
- представим числа в двоичной системе счисления:
 $124 = 1111100_2$, $1 = 1_2$, $2 = 10_2$
- поскольку двоичная запись чисел 1 и 2 содержит единичные биты, которых нет в наборе единичных битов числа 124, имеем
 $Z_{124} \rightarrow Z_1 = 0$, $Z_{124} \rightarrow Z_2 = 0$
 в том смысле, что найдутся такие значения x , при которых эти выражения ложны.
- тогда для истинности заданного выражения остаётся обеспечить истинность $Z_{124} \rightarrow A$ при всех x , а это условие будет выполняться тогда и только тогда, когда все единичные биты двоичной записи числа a входят во множество единичных битов числа $124 = 1111100_2$; таким образом, минимальное подходящее положительное значение $a - 2^2 = 4$, а максимальное – 124.
- Ответ: 4.

Решение (программа на Python, Г.М. Федченко):

```

1) программа на Python, полный перебор:
def f( x, a ):
    return (x & 125 != 1) or ((x & 34 == 2) <= (x & a == 0))

for a in range(1, 1000):
    OK = True
    for x in range(1,1000):
        if not f(x, a):
            OK = False
            break

```

- ```

 if ОК:
 print(a)
 break
2) вариант без функции:
 for a in range(1, 1000):
 ОК = 1
 for x in range(1,1000):
 ОК *= (x & 125 != 1) or ((x & 34 == 2) <= (x & a == 0))
 if not ОК: break
 if ОК:
 print(a)
 break
3) Ответ: 4.

```

## Ещё пример задания:

**P-24.** Введём выражение  $M \& K$ , обозначающее поразрядную конъюнкцию  $M$  и  $K$  (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число  $a$ , такое что выражение

$$((x \& 28 \neq 0) \vee (x \& 45 \neq 0)) \rightarrow ((x \& 48 = 0) \rightarrow (x \& a \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

### Решение:

- Введём обозначения:  
 $Z_{28} = (x \& 28 = 0)$ ,  $Z_{45} = (x \& 45 = 0)$ ,  $Z_{48} = (x \& 48 = 0)$ ,  $A = (x \& a = 0)$
- перепишем исходное выражение и преобразуем его, используя свойство импликации:  
 $(\overline{Z_{28}} + \overline{Z_{45}}) \rightarrow (Z_{48} \rightarrow \overline{A}) = \overline{\overline{Z_{28}} + \overline{Z_{45}}} + (Z_{48} \rightarrow \overline{A}) = Z_{28} \cdot Z_{45} + \overline{Z_{48}} + \overline{A}$
- перейдем к импликации, используя закон де Моргана:  
 $Z_{28} \cdot Z_{45} + \overline{Z_{48}} + \overline{A} = \overline{\overline{Z_{28}} \cdot \overline{Z_{45}}} + \overline{Z_{48}} + \overline{A} = \overline{\overline{Z_{28}} \cdot \overline{Z_{45}}} + \overline{Z_{48}} + \overline{A} = (Z_{28} \cdot Z_{45}) \rightarrow (Z_{48} \cdot A)$
- преобразуем выражение в правой части по формуле  $Z_K \cdot Z_M = Z_{K \text{ or } M}$ , выполнив поразрядную дизъюнкцию (операцию ИЛИ):  
 $28 = 011100$   
 $45 = 101101$   
 $28 \text{ or } 45 = 111101 = 61$   
 получаем  $(Z_{48} \cdot A) \rightarrow Z_{61}$
- для того, чтобы выражение  $(Z_{48} \cdot A) \rightarrow Z_{61}$  было истинно для всех  $x$ , нужно, чтобы двоичная запись числа 48 **or**  $a$  содержала все единичные биты числа 61. Таким образом, с помощью числа  $a$  нужно добавить те единичные биты числа 61, которых «не хватает» в числе 48:  
 $48 = 110000$   
 $a = **11*1$   
 $61 = 111101$   
 биты, обозначенные звездочками, могут быть любыми.
- поскольку нас интересует минимальное значение  $a$ , все биты, обозначенные звездочкой, можно принять равными нулю.
- получается  $A = 2^3 + 2^2 + 2^0 = 13$
- Ответ: 13.

**Ещё пример задания (М.В. Кузнецова):**

**Р-23.** Введём выражение  $M \& K$ , обозначающее поразрядную конъюнкцию  $M$  и  $K$  (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наибольшее натуральное число  $a$ , такое что выражение

$$((x \& a \neq 0) \wedge (x \& 12 = 0)) \rightarrow ((x \& a = 0) \wedge (x \& 21 \neq 0)) \vee ((x \& 21 = 0) \wedge (x \& 12 = 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

**Решение:**

- 1) Введём обозначения:

$$Z_{12} = (X \& 12 = 0), \quad Z_{21} = (X \& 21 = 0), \quad A = (X \& a = 0)$$

- 2) перепишем исходное выражение и преобразуем его, используя свойство импликации:

$$((\bar{A} \cdot Z_{12}) \rightarrow (A \cdot \bar{Z}_{21})) + Z_{21} \cdot Z_{12} = (\bar{A} \cdot Z_{12} + A \cdot \bar{Z}_{21}) + Z_{21} \cdot Z_{12} = (A + \bar{Z}_{12} + A \cdot \bar{Z}_{21}) + Z_{21} \cdot Z_{12}$$

Выражение в первой скобке упрощаем, используя следствие из распределительного закона

$$A + A \cdot B = A$$

$$A + \bar{Z}_{12} + A \cdot \bar{Z}_{21} = A + \bar{Z}_{12}$$

Полученное выражение также можно упростить, используя ещё одно следствие из распределительного закона  $A + \bar{A} \cdot B = A + B$

$$A + \bar{Z}_{12} + Z_{21} \cdot Z_{12} = A + \bar{Z}_{12} + Z_{21}$$

- 3) перейдем к импликации, избавившись от инверсии:

$$A + \bar{Z}_{12} + Z_{21} = Z_{12} \rightarrow (A + Z_{21}) = (Z_{12} \rightarrow A) + (Z_{12} \rightarrow Z_{21})$$

- 4) поскольку множество единичных битов числа  $21 = 10101_2$  не входит во множество единичных битов числа  $12 = 1100_2$ , импликация  $Z_{12} \rightarrow Z_{21}$  ложна для некоторых  $x$ ; поэтому нужно обеспечить истинность выражения  $Z_{12} \rightarrow A$

- 5) выражение  $Z_{12} \rightarrow A$  истинно при условии, что множество единичных битов числа  $a$  входит во множество единичных битов числа 12, поэтому в двоичной записи числа  $a$  ненулевыми могут быть только биты в разрядах 2 и 3

- 6) поэтому  $a_{\max} = 2^3 + 2^2 = 12$ .

- 7) Ответ: **12**.

**Решение (программа на Python, Г.М. Федченко):**

- 1) программа на Python, полный перебор:

```
def f(x, a):
 return (((x & a != 0) and (x & 12 == 0)) <= \
 ((x & a == 0) and (x & 21 != 0))) or \
 (x & 21 == 0) and (x & 12 == 0)

for a in range(1, 1000):
 OK = True
 for x in range(1,1000):
 if not f(x, a):
 OK = False
 break
 if OK:
 print(a)
```

- 2) вариант без функции:

```
for a in range(1, 1000):
 OK = 1
 for x in range(1,1000):
 OK *= (((x & a != 0) and (x & 12 == 0)) <= \
 ((x & a == 0) and (x & 21 != 0))) or \
 (x & 21 == 0) and (x & 12 == 0)
 if not OK: break
```

```
if ОК:
 print(a)
```

3) Ответ: 12.

## Ещё пример задания:

**P-22.** Введём выражение  $M \& K$ , обозначающее поразрядную конъюнкцию  $M$  и  $K$  (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите **наименьшее** натуральное число  $a$ , такое что выражение

$$(x \& 49 \neq 0) \rightarrow ((x \& 33 = 0) \rightarrow (x \& a \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

### Решение (1 способ):

1) введём обозначения:

$$Z_{49} = (x \& 49 = 0), \quad Z_{33} = (x \& 33 = 0), \quad A = (x \& a = 0)$$

2) переписем исходное выражение и преобразуем его, используя свойство импликации

$$A \rightarrow B = \bar{A} + B \text{ и закон де Моргана } \bar{A} + \bar{B} = \overline{A \cdot B}:$$

$$\bar{Z}_{49} \rightarrow (Z_{33} \rightarrow \bar{A}) = Z_{49} + (Z_{33} \rightarrow \bar{A}) = Z_{49} + \bar{Z}_{33} + \bar{A} = Z_{49} + \overline{Z_{33} \cdot A}$$

3) переходим к импликации, избавляясь от инверсий:

$$Z_{49} + \overline{Z_{33} \cdot A} = (Z_{33} \cdot A) \rightarrow Z_{49}$$

4) чтобы это выражение было истинным, нужно, чтобы множество единичных битов числа 33 **or**  $a$  перекрывало множество единичных битов числа 49; с помощью  $a$  можно добавить недостающие биты:

$$33 = 100001$$

$$a = *1*****$$

$$49 = 110001$$

5) чтобы выбрать минимальное  $a$ , биты, обозначенные звездочками, примем равными нулю; получаем число  $10000_2 = 16 = 2^4$ .

6) Ответ: 16.

### Решение (2 способ, Н.Г. Неуймина, г. Екатеринбург):

1) введём обозначения:

$$P = (X \& 49 \neq 0), \quad Q = (X \& 33 = 0), \quad A = (X \& a \neq 0)$$

2) переписем исходное выражение и преобразуем его, используя свойство импликации

$$A \rightarrow B = \bar{A} + B:$$

$$P \rightarrow (Q \rightarrow A) = \bar{P} + (Q \rightarrow A) = \bar{P} + \bar{Q} + A$$

3) чтобы формула была тождественно истинной для любых  $X$  необходимо, чтобы при  $\bar{P} + \bar{Q} = 0$  было  $A = 1$

4) имеем  $\bar{P} + \bar{Q} = 0$  тогда и только тогда, когда  $P = Q = 1$ ;

5) посмотрим, какими свойствами должен обладать  $X$  для того, чтобы было  $P = Q = 1$

6) если  $Q = 1$ , то есть,  $(X \& 33 = 0)$ , имеем

номер бита 5 4 3 2 1 0

$$X = 0bcde0$$

$$33 = 100001$$

$$X \& 33 = 000000$$

это значит, что биты {5, 0} – нулевые

7) если одновременно  $P = 1$ , то есть,  $(X \& 49 \neq 0)$ , имеем

номер бита 5 4 3 2 1 0

$$X = 0bcde0$$

$$49 = 110001$$

$$X \& 49 = 0b0000$$

это значит, что бит 4 в  $X$  – обязательно ненулевой

8) из 6 и 7 делаем вывод, что для выполнения условия  $A = (X \& a \neq 0) = 1$  необходимо, чтобы, по крайней мере, бит 4 числа  $A$  был ненулевым (так как биты {3,2,1} в  $X$  могут быть нулевыми!)

9) поскольку нужно найти наименьшее подходящее  $A$ , получаем ответ  $2^4 = 16$

10) Ответ: 16.

### Решение (3 способ, А.В. Лаздин, НИУ ИТМО):

- 1) если  $X \& 49 = 0$ , то исходное выражение истинно, независимо от значения числа  $A$ ; значит, значение числа  $A$  влияет на решение задачи только при выполнении условия:
    1.  $X \& 49 \neq 0$ .
  - 2) тогда исходное выражение может быть представлено в виде:
 
$$1 \rightarrow ((X \& 33 = 0) \rightarrow (X \& A \neq 0)) \quad (2)$$
  - 3) Для того чтобы это выражение было истинным, необходимо, чтобы выражение
 
$$(X \& 33 = 0) \rightarrow (X \& A \neq 0)$$
 было истинным, при этом, если  $X \& 33 \neq 0$ , то это выражение истинно независимо от значения числа  $A$  (импликация из 0 в 1).
  - 4) следовательно, значение числа  $A$  влияет на принимаемое исходным выражением значение только при одновременном соблюдении двух условий:
    1.  $X \& 49 \neq 0$
    2.  $X \& 33 = 0$
  - 5) исходное выражение принимает следующий вид:
 
$$1 \rightarrow (1 \rightarrow (X \& A \neq 0)) \quad (3)$$
  - 6) для того чтобы это выражение приняло значение 1, необходимо, чтобы выполнилось третье условие:
    3.  $X \& A \neq 0$ .
- $49_{10} = 110001_2$   
 $33_{10} = 100001_2$   
 $X \quad \quad 010000$
- 7) условия 1 и 2 выполняются, если пятый бит числа  $X$  равен 1.
  - 8) значит условие № 3 выполняется, если пятый бит числа  $A$  равен 1
  - 9) число  $A$  минимально, если младшие разряды этого числа равны 0
  - 10) Ответ: **16**.

#### Решение (4 способ, М.В. Кузнецова):

- 1) Введём обозначения:  
 $P = (X \& 49 \neq 0), \quad Q = (X \& 33 \neq 0), \quad A = (X \& A \neq 0)$
- 2) Перепишем исходное выражение и преобразуем его, используя свойство импликации  
 $A \rightarrow B = \bar{A} + B$ :  
 $P \rightarrow (\bar{Q} \rightarrow A) = \bar{P} + (\bar{Q} \rightarrow A) = \bar{P} + Q + A$
- 3) Чтобы формула была тождественно истинной для любых  $X$  необходимо, чтобы при  $\bar{P} + Q = 0$  было  $A=1$ , т.е.  $A = \bar{P} + Q = P \cdot \bar{Q}$ .
- 4) Значит,  $A=1$  тогда и только тогда, когда  $P = \bar{Q} = 1$ .
- 5) Запишем двоичное представление чисел 49 и 33, на их основе составим маски возможных значений числа  $x$ , таких, что  $P = \bar{Q} = 1$ . В маске «1» - соответствует возможному положению 1, «0» - обязательному положению 0 в двоичной записи числа  $x$ .

| Номер бита                                         | 5  | 4  | 3 | 2 | 1 | 0 |
|----------------------------------------------------|----|----|---|---|---|---|
| Вес разряда                                        | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |
| Двоичная запись 49                                 | 1  | 1  | 0 | 0 | 0 | 1 |
| Двоичная запись 33                                 | 1  | 0  | 0 | 0 | 0 | 1 |
| Маска мин. $x$ , для $P=1$ ( $x \& 49 \neq 0$ )    | 1  | 1  | 0 | 0 | 0 | 1 |
| Маска мин. $x$ , для $\bar{Q}=1$ ( $x \& 33 = 0$ ) | 0  | 1  | 1 | 1 | 1 | 0 |
| $A = (x \& 49 \neq 0) \text{ and } (x \& 33 = 0)$  | 0  | 1  | 0 | 0 | 0 | 0 |

- 6) Ответ: **16**.

#### Ещё пример задания:

**Р-21.** Введём выражение  $M \& K$ , обозначающее поразрядную конъюнкцию  $M$  и  $K$  (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наибольшее натуральное число  $a$ , такое что выражение

$$(x \& a \neq 0) \rightarrow ((x \& 20 = 0) \rightarrow (x \& 5 \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

**Решение:**

- 1) введём обозначения:  
 $Z_{20} = (x \& 20 = 0), \quad Z_5 = (x \& 5 = 0), \quad A = (x \& a = 0)$
- 2) перепишем исходное выражение и преобразуем его, используя свойство импликации  $A \rightarrow B = \bar{A} + B$  и закон де Моргана  $\bar{A} + \bar{B} = \overline{A \cdot B}$ :  

$$\bar{A} \rightarrow (Z_{20} \rightarrow \bar{Z}_5) = A + (Z_{20} \rightarrow \bar{Z}_5) = A + \bar{Z}_{20} + \bar{Z}_5 = A + \overline{Z_{20} \cdot Z_5}$$
- 3) преобразуем это выражение в импликацию, избавившись от инверсии:  

$$A + \overline{Z_{20} \cdot Z_5} = (Z_{20} \cdot Z_5) \rightarrow A$$
- 4) заменим  $Z_{20} \cdot Z_5$  на  $Z_{20} \text{ or } 5$ :  

$$\begin{aligned} 20 &= 10100 \\ 5 &= 00101 \\ 20 \text{ or } 5 &= 10101 = 21 \end{aligned}$$
- 5) таким образом, нужно обеспечить истинность выражения  $Z_{21} \rightarrow A$  при всех  $x$
- 6) это возможно только тогда, когда множество единичных битов числа  $a$  входит во множество единичных битов числа 21
- 7) поэтому максимальное  $a_{\max} = 10101_2 = 21$
- 8) Ответ: **21**.

**Решение (2 способ, Н.Г. Неуймина, г. Екатеринбург):**

- 1) введём обозначения:  
 $P = (X \& 20 = 0), \quad Q = (X \& 5 = 0), \quad A = (X \& a = 0)$
- 2) перепишем исходное выражение и преобразуем его, используя свойство импликации  $A \rightarrow B = \bar{A} + B$ :  

$$\bar{A} \rightarrow (P \rightarrow \bar{Q}) = A + (P \rightarrow \bar{Q}) = A + \bar{P} + \bar{Q}$$
- 3) чтобы формула была тождественно истинной для любых  $X$  необходимо, чтобы при  $\bar{P} + \bar{Q} = 0$  было  $A = 1$
- 4) имеем  $\bar{P} + \bar{Q} = 0$  тогда и только тогда, когда  $P = Q = 1$ ;
- 5) посмотрим, какими свойствами должен обладать  $X$  для того, чтобы было  $P = Q = 1$
- 6) если  $Q = 1$ , то есть,  $(X \& 5 = 0)$ , имеем  

|            |                  |          |              |           |          |
|------------|------------------|----------|--------------|-----------|----------|
| номер бита | 4                | 3        | 2            | 1         | 0        |
|            | <b>X</b>         | <b>=</b> | <b>ab</b>    | <b>0d</b> | <b>0</b> |
|            | <b>5</b>         | <b>=</b> | <b>00</b>    | <b>10</b> | <b>1</b> |
|            | <b>X &amp; 5</b> | <b>=</b> | <b>00000</b> |           |          |

это значит, что биты {2, 0} – нулевые
- 7) если одновременно  $P = 1$ , то есть,  $(X \& 20 = 0)$ , имеем  

|            |                   |          |              |           |          |
|------------|-------------------|----------|--------------|-----------|----------|
| номер бита | 4                 | 3        | 2            | 1         | 0        |
|            | <b>X</b>          | <b>=</b> | <b>0b</b>    | <b>0d</b> | <b>0</b> |
|            | <b>20</b>         | <b>=</b> | <b>10</b>    | <b>10</b> | <b>0</b> |
|            | <b>X &amp; 20</b> | <b>=</b> | <b>00000</b> |           |          |

это значит, что бит 4 в  $X$  – обязательно нулевой
- 8) так как биты {3,1} числа  $X$  могут быть ненулевыми, в этих разрядах числа  $A$  должны стоять нули, а вот биты {4,2,0} в  $X$  – нулевые, поэтому в числе  $A$  эти биты могут быть равны 1
- 9) поскольку нужно найти наибольшее подходящее  $A$ , получаем ответ  $2^4 + 2^2 + 2^0 = 21$
- 10) Ответ: **21**.

## Ещё пример задания:

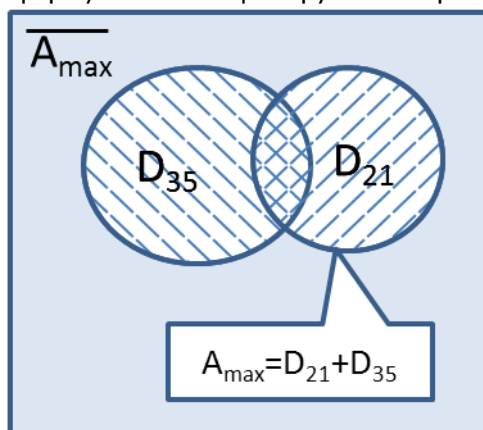
**P-20 (М.В. Кузнецова).** Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого **наименьшего** натурального числа  $A$  формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 21) + \text{ДЕЛ}(x, 35))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

**Решение:**

- 1) введём обозначения  $A = \text{ДЕЛ}(x, A)$ ,  $D_{21} = \text{ДЕЛ}(x, 21)$ ,  $D_{35} = \text{ДЕЛ}(x, 35)$
- 2) введём множества:  
 $A$  – множество натуральных чисел, для которых выполняется условие  $A$   
 $D_{21}$  – множество натуральных чисел, для которых выполняется условие  $D_{21}$   
 $D_{35}$  – множество натуральных чисел, для которых выполняется условие  $D_{35}$   
 ...
- 3) Запишем формулу из условия в наших обозначениях  
 $A \rightarrow (D_{21} + D_{35}) = 1$
- 4) Раскроем импликацию по правилу  $A \rightarrow B = \bar{A} + B$ :  
 $A \rightarrow (D_{21} + D_{35}) = \bar{A} + D_{21} + D_{35}$
- 5) Чтобы формула была тождественно истинной необходимо, чтобы  $\bar{A} = 1$  (т.е.  $A = 0$ ), когда  $D_{21} + D_{35} = 0$ . Тогда наибольшее множество  $A$  определяется как  $A_{\max} = D_{21} + D_{35}$
- 6) Множество  $A_{\max}$ , точно соответствующее выражению с помощью функции ДЕЛ получить невозможно.
- 7) Выполним анализ исходной формулы с помощью кругов Эйлера.



Чтобы в множество  $\bar{A}$  входили все числа, не попавшие в объединение  $D_{21} + D_{35}$ , достаточно, чтобы множество  $A$  находилось внутри этого объединения, например, совпадая с одним из множеств  $D_{35}$  или  $D_{21}$ , или располагаясь внутри любого из них, что возможно, если использовать делители, кратные 21 или 35.

- 8) В задании требуется найти НАИМЕНЬШЕЕ значение, этому условию соответствует 21.
- 9) Ответ: **21**

### Ещё пример задания:

**Р-19 (М.В. Кузнецова).** Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого **наибольшего** натурального числа  $A$  формула

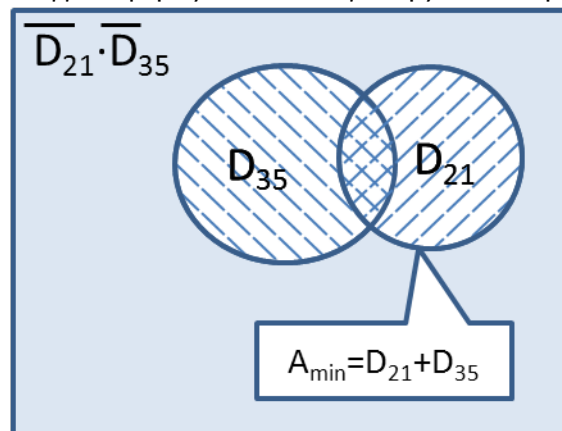
$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, 21) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 35))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

#### Решение:

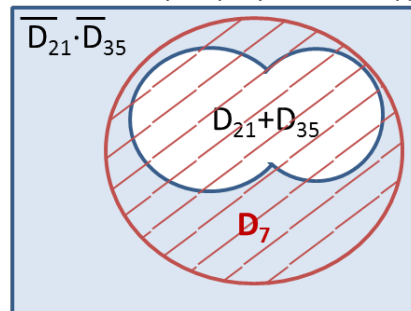
- 1) введём обозначения  $A = \text{ДЕЛ}(x, A)$ ,  $D_{21} = \text{ДЕЛ}(x, 21)$ ,  $D_{35} = \text{ДЕЛ}(x, 35)$  и  $D_N = \text{ДЕЛ}(x, N)$
- 2) введём множества:  
 $A$  – множество натуральных чисел, для которых выполняется условие  $A$   
 $D_{21}$  – множество натуральных чисел, для которых выполняется условие  $D_{21}$   
 $D_{35}$  – множество натуральных чисел, для которых выполняется условие  $D_{35}$   
 ...
- 3) Запишем формулу из условия в наших обозначениях  
 $\bar{A} \rightarrow (\bar{D}_{21} \cdot \bar{D}_{35}) = 1$
- 4) Раскроем импликацию по правилу  $A \rightarrow B = \bar{A} + B$ :  
 $\bar{A} \rightarrow (\bar{D}_{21} \cdot \bar{D}_{35}) = A + \bar{D}_{21} \cdot \bar{D}_{35}$

- 5) Чтобы формула была тождественно истинной необходимо, чтобы  $A = 1$ , когда  $\overline{D_{21}} \cdot \overline{D_{35}} = 0$ . Тогда множество  $A$  определяется так:  $A_{\min} = \overline{\overline{D_{21}} \cdot \overline{D_{35}}} = D_{21} + D_{35}$
- 6) Множество  $A_{\min}$ , точно соответствующее выражению с помощью функции ДЕЛ получить невозможно.
- 7) Выполним анализ исходной формулы с помощью кругов Эйлера.



в множество  $A$  должны входить все числа, попавшие в объединение  $D_{21} + D_{35}$ . Нужно найти множество, в которое входят оба эти множества. Для этого рассмотрим делители чисел 21 и 35.

- 8) Число 35 делится на 5 и 7, поэтому:  $D_{35} = D_5 \cdot D_7$ , 21 делится на 3 и 7, поэтому:  $D_{21} = D_3 \cdot D_7$
- 9) Перепишем и упростим формулу для  $A$ :  $A_{\min} = D_{21} + D_{35} = D_3 \cdot D_7 + D_5 \cdot D_7 = D_7 \cdot (D_3 + D_5)$
- 10) Таким образом, каждое из множеств  $D_{35}$  и  $D_{21}$  входит в множество  $D_7$ . Объединение  $D_{35} + D_{21}$  тоже входит в  $D_7$ . Поскольку 7 – наибольший общий делитель чисел 21 и 35, то найдено максимальное значение соответствующее условию задачи.



11) Ответ: 7.

### Ещё пример задания:

**P-18.** Пусть  $P$  – множество всех 8-битовых цепочек, начинающихся с 1,  $Q$  – множество всех 8-битовых цепочек, оканчивающихся на 000, а  $A$  – некоторое множество произвольных 8-битовых цепочек. Сколько элементов содержит минимальное множество  $A$ , при котором для любой 8-битовой цепочки  $x$  истинно выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow (\neg(x \in P) \vee (x \in Q))$$

**Решение:**

- 1) введём обозначения  
 $A: x \in A, \quad P: x \in P, \quad Q: x \in Q$
- 1) перейдем к более простым обозначениям  
 $\overline{A} \rightarrow (\overline{P} + Q)$
- 2) раскрываем импликацию по формуле  $A \rightarrow B = \overline{A} + B$ :  
 $\overline{A} \rightarrow (\overline{P} + Q) = A + \overline{P} + Q$
- 3) для выполнения условия  $A + \overline{P} + Q = 1$  при любом  $x$  необходимо, чтобы  $A = 1$  для всех  $x$ , для которых  $\overline{P} + Q = 0$ , то есть  $A_{\min} = \overline{\overline{P} + Q} = P \cdot Q$

- 4) множество  $P \cdot \overline{Q}$  – это все 8-битовые цепочки, которые начинаются с 1 и оканчиваются НЕ на 000
- 5) поскольку всего битов 8, структура всех таких цепочек имеет вид  $1*****??$ , где \* обозначает любой из двух символов (0 или 1), а ??? – трёхбитное окончание, не совпадающее с 000
- 6) всего может быть  $2^3 = 8$  комбинаций из трёх битов, одно из них, 000, запрещено для окончания, поэтому остаётся еще 7 разрешённых вариантов
- 7) общее количество подходящих цепочек находим по правилам комбинаторики, перемножив количество вариантов для каждой части цепочки (1 для первого бита, по 2 для следующих четырёх и 7 для трёхбитного окончания)  $1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 = 112$
- 8) Ответ: **112**.

#### Решение (А.Н. Носкин):

- 1) упростим исходное выражение и получим:  $A \vee \neg P \vee Q = 1$
- 2) всё множество всех 8-битовых цепочек расположено на отрезке от 0 до 255
- 3) минимальное число множества  $P$  начинающегося с  $10000000_2 = 128$ , следовательно, все множество  $P$  занимает часть отрезка от 128 до 255; длина этой части отрезка равна  $255 - 128 + 1 = 128$ .
- 4)  $Q$  – множество всех 8-битовых цепочек, оканчивающихся на 000, которые имеют вид  $****000$ , где \* обозначает любой из двух символов (0 или 1); количество таких чисел в множестве равно  $2^4 = 16$ , где 4 – число звездочек в числе  $Q$
- 5) из выражения видно, что множество  $\neg P$  закрывает интервал от 0 до 127, следовательно, множество  $A$  должно перекрыть все числа во множестве  $P$  (таких чисел 128), которые не перекрывают числа из множества  $Q$
- 6) минимальное множество  $A$  содержит  $128 - 16 = 112$  элементов.
- 7) Ответ: **112**.

#### Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) упростим исходное выражение и получим:  $A \vee \neg P \vee Q = 1$
- 2) всё множество всех 8-битовых цепочек расположено на отрезке от 0 до 255
- 3) минимальное число множества  $P$  начинающегося с  $10000000_2 = 128$ .  
Создадим это множество  $P$ :  

```
P = {i for i in range(128, 256)}
```
- 4)  $Q$  – множество всех 8-битовых цепочек, оканчивающихся на 000, которые имеют вид  $****000$ , где \* обозначает любой из двух символов (0 или 1); таким образом разность между соседними числами множества равно 8.  
Создадим это множество  $Q$ :  

```
Q = {i for i in range(0, 256, 8)}
```
- 5) из выражения видно, что множество  $\neg P$  закрывает интервал от 0 до 127, следовательно, множество  $A$  должно перекрыть все числа во множестве  $P$  (таких чисел 128), которые не перекрывают числа из множества  $Q$  это достигается разностью множеств:  $P-Q$   
Тогда  $A$  это количество элементов разности множеств.
- 6) Приведем программу:  

```
P = {i for i in range(128, 256)} #множество P
Q = {i for i in range(0, 256, 8)} #множество Q
print(len(P-Q))
```
- 7) Ответ: **112**.

### Ещё пример задания:

**P-17.** Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого **наименьшего** натурального числа  $A$  формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, 21) + \text{ДЕЛ}(x, 35))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

**Решение:**

- 1) введём обозначения  $A = \text{ДЕЛ}(x, A)$ ,  $P = \text{ДЕЛ}(x, 21)$  и  $Q = \text{ДЕЛ}(x, 35)$
- 2) введём множества:  
 $A$  – множество натуральных чисел, для которых выполняется условие  $A$   
 $P$  – множество натуральных чисел, для которых выполняется условие  $P$   
 $Q$  – множество натуральных чисел, для которых выполняется условие  $Q$
- 3) истинным для всех  $X$  должно быть выражение  
 $A \rightarrow (\overline{P} + Q)$
- 4) упростим это выражение, раскрыв импликацию по правилу  $A \rightarrow B = \overline{A} + B$ :  
 $A \rightarrow (\overline{P} + Q) = \overline{A} + \overline{P} + Q$
- 5) из этой формулы видно, что  $\overline{A}$  может быть равно 0 (и соответственно,  $A$  может быть равно 1) только там, где  $\overline{P} + Q = 1$ ; таким образом, наибольшее возможное множество  $A$  определяется как  $A_{\max} = \overline{P} + Q$  – множество всех чисел, которые делятся на 35 плюс множество чисел, которые не делятся на 21;
- 6) заметим, что в точности такое множество  $A_{\max}$  нельзя получить с помощью функции **ДЕЛ** никаким выбором  $A$ ;
- 7) итак, нам нужно множеством  $A$  перекрыть все числа, которые делятся на 35, это можно сделать, например, выбрав в качестве  $A$  любой делитель числа  $35 = 5 \cdot 7$
- 8) в то же время нам нельзя перекрывать числа, которые не делятся на 35, но делятся на  $21 = 3 \cdot 7$  (в этих точках  $\overline{P} + Q = 0$ , и если будет  $A = 1$ , то  $\overline{A} + \overline{P} + Q = 0$ )
- 9) предположим, что мы выбрали некоторое значение  $A$ ; тогда выражение  $\overline{A}$  ложно в точках  $A \cdot k$ , где  $k$  – натуральное число;
- 10) если число  $A \cdot k$  делится на 21, то есть  $A \cdot k = 21 \cdot m$  при некотором натуральном числе  $m$ , то такое число должно (для выполнения условия  $\overline{A} + \overline{P} + Q = 1$ ) делиться на 35;
- 11) раскладываем 21 на простые сомножители:  $21 = 3 \cdot 7$ ; для того, чтобы число  $A \cdot k = 3 \cdot 7 \cdot m$  делилось на 35, в правой части нужно добавить сомножитель 5, это и есть искомое минимальное значение  $A$  (вообще говоря,  $A$  может быть любым числом, кратным 5)
- 12) Ответ: **5**.

#### Решение (М.В. Кузнецова):

- 1) Введём обозначения  $A = \text{ДЕЛ}(x, A)$ ,  $D_{21} = \text{ДЕЛ}(x, 21)$ ,  $D_{35} = \text{ДЕЛ}(x, 35)$  и  $D_N = \text{ДЕЛ}(x, N)$
- 2) Введём множества:  
 $A$  – множество натуральных чисел, для которых выполняется условие  $A$   
 $D_{21}$  – множество натуральных чисел, для которых выполняется условие  $D_{21}$   
 $D_{35}$  – множество натуральных чисел, для которых выполняется условие  $D_{35}$   
 ...
- 3) Запишем формулу из условия в наших обозначениях  
 $A \rightarrow (\overline{D_{21}} + D_{35}) = 1$
- 4) Раскроем импликацию по правилу  $A \rightarrow B = \overline{A} + B$ :  
 $A \rightarrow (\overline{D_{21}} + D_{35}) = \overline{A} + \overline{D_{21}} + D_{35}$
- 5) Чтобы формула была тождественно истинной необходимо, чтобы  $\overline{A} = 1$  (т.е.  $A=0$ ), когда  $\overline{D_{21}} + D_{35} = 0$ . Тогда наибольшее множество  $A_{\max}$  определяется как  $A_{\max} = \overline{D_{21}} + D_{35}$
- 6) Множество  $A_{\max}$ , точно соответствующее выражению с помощью функции **ДЕЛ** получить невозможно. Очевидно, что  $A_{\min} = D_{35}$ , т.е. 35 – наибольшее из чисел, соответствующих условию задачи. Меньшим может быть делитель 35, не являющийся делителем 21.
- 7) Чтобы делитель 35 был решением необходимо, чтобы ни для одного из чисел, кратных ему не выполнялось условие:  $\overline{A_{\max}} = D_{21} \cdot \overline{D_{35}} = 1$ .
- 8) Разложим 35 и 21 на простые множители:  $35 = 5 \cdot 7$ ,  $21 = 3 \cdot 7$ .
- 9) 7 – общий делитель, не может быть решением.
- 10) Проверим 5. Вычислим «опасное» число, принадлежащее множеству  $D_5 \cdot D_{21}$ , это  $5 \cdot 21 = 105$ , но  $105 : 35 = 3$  (остаток 0), т.е.  $105 \in D_{35}$  и для него  $D_{21} \cdot \overline{D_{35}} = 0$ , значит 5 соответствует условию задачи.
- 11) Ответ: **5**

**Ещё пример задания:**

**Р-16.** Обозначим через **ДЕЛ(п, m)** утверждение «натуральное число **п** делится без остатка на натуральное число **m**». Для какого наибольшего натурального числа **A** формула

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 6) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 4))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной **x**)?

**Решение:**

- 1) введём обозначения  $A = \text{ДЕЛ}(x, A)$ ,  $P = \text{ДЕЛ}(x, 6)$  и  $Q = \text{ДЕЛ}(x, 4)$
- 2) введём множества:  
 $A$  – множество натуральных чисел, для которых выполняется условие  $A$   
 $P$  – множество натуральных чисел, для которых выполняется условие  $P$   
 $Q$  – множество натуральных чисел, для которых выполняется условие  $Q$
- 3) истинным для всех  $X$  должно быть выражение  
 $\bar{A} \rightarrow (P \rightarrow \bar{Q})$
- 4) упростим это выражение, раскрыв импликацию по правилу  $A \rightarrow B = \bar{A} + B$ :  
 $\bar{A} \rightarrow (P \rightarrow \bar{Q}) = A + (P \rightarrow \bar{Q}) = A + \bar{P} + \bar{Q}$
- 5) из этой формулы видно, что множество  $A$  должно перекрыть множество, которое не перекрыто множеством  $\bar{P} + \bar{Q}$ , то есть перекрыть множество  $\overline{\bar{P} + \bar{Q}} = P \cdot Q$
- 6) множество  $P \cdot Q$  – это множество всех чисел, которые делятся одновременно на 4 и 6 (все числа, кратные 4 и 6), то есть, 12, 24, 36 и т.д. (заметим, что 12 – это **наименьшее общее кратное** чисел 4 и 6)
- 7) для того, чтобы перекрыть эти числа, можно выбрать в качестве  $A$  любой делитель числа 12, то есть, 1, 2, 3, 4, 6 или 12; наибольшее из этих чисел – 12.
- 8) Ответ: **12**.

**Ещё пример задания:**

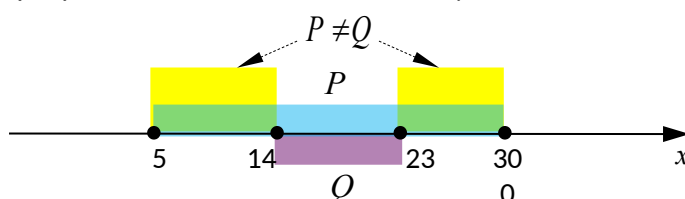
**Р-15.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [5; 30]$  и  $Q = [14; 23]$ . Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow \neg (x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

**Решение:**

- 1) Для того чтобы упростить понимание выражения, обозначим отдельные высказывания буквами  
 $A: x \in A, \quad P: x \in P, \quad Q: x \in Q$
- 2) перейдем к более простым обозначениям  
 $(P \equiv Q) \rightarrow \bar{A}$
- 3) раскрываем импликацию по формуле  $A \rightarrow B = \bar{A} + B$ :  
 $(P \equiv Q) \rightarrow \bar{A} = \overline{(P \equiv Q)} + \bar{A} = (P \neq Q) + \bar{A}$
- 4) поскольку это выражение должно быть равно 1, то  $\bar{A}$  должно быть истинным (и, следовательно,  $A$  – ложным!) везде, где ложно  $P \neq Q$ ;
- 5) таким образом,  $A$  может быть истинным только там, где истинно  $P \neq Q$
- 6) выражение  $P \neq Q$  истинно на двух интервалах:  $[5; 14]$  и  $(23; 30]$ , которые входят в  $P$  и не входят в  $Q$ , на рисунке они обозначены жёлтым цветом:



- 7) значение  $A$  может быть истинным только внутри этих полуинтервалов, выделенных желтым цветом; но поскольку  $A$  – это отрезок, его наибольшая длина – это длина наибольшего из «жёлтых» полуинтервалов, то есть,  $14 - 5 = 9$  (длина второго полуинтервала равна  $30 - 23 = 7$ ).
- 8) Ответ: **9**.

### Ещё пример задания:

**Р-14.** Элементами множества  $A$  являются натуральные числа. Известно, что выражение  $(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}) \rightarrow (((x \in \{4, 8, 12, 116\}) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}))$  истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .

Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества  $A$ .

#### Решение:

- Заметим, что в задаче, кроме множества  $A$ , используются еще два множества:  

$$P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \quad Q = \{4, 8, 12, 116\}$$
- для того, чтобы упростить понимание выражения, обозначим отдельные высказывания буквами  

$$A: x \in A, \quad P: x \in P, \quad Q: x \in Q$$
- перейдем к более простым обозначениям  

$$P \rightarrow (Q \cdot \bar{A} \rightarrow \bar{P})$$
- раскрываем обе импликации по формуле  $A \rightarrow B = \bar{A} + B$ :  

$$P \rightarrow (Q \cdot \bar{A} + \bar{P}) = \bar{P} + Q \cdot \bar{A} + \bar{P} = Q \cdot \bar{A} + \bar{P}$$
- теперь используем закон де Моргана  $\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$ :  

$$\bar{Q} + A + \bar{P}$$
- поскольку это выражение должно быть равно 1, то  $A$  должно быть истинным везде, где ложно  $\bar{Q} + \bar{P}$
- тогда минимальное допустимое множество  $A$  – это  $A_{\min} = \overline{\bar{Q} + \bar{P}} = Q \cdot P$  (по закону де Моргана)
- переходим ко множествам  

$$Q = \{4, 8, 12, 116\}$$

$$P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$
- тогда  $Q \cdot P$  – это все натуральные числа, которые входят одновременно в  $Q$  и  $P$ ; они выделены жёлтым цветом:  $\{4, 8, 12\}$
- именно эти числа и должны быть «перекрыты» множеством  $A_{\min}$ , поэтому минимальный состав множества  $A$  – это  $A_{\min} = \{4, 8, 12\}$ , сумма этих чисел равна 24
- Ответ: **24**.

#### Решение (с помощью программы, А.Н. Носкин):

- на компьютерном ЕГЭ можно написать программу:  

```
P = {2, 4, 6, 8, 10, 12} # множество P
Q = {4, 8, 12, 116} # множество Q
A = P & Q # пересечение множеств
print(sum(list(set(A))))
```
- Ответ: **24**.

#### Решение (3 способ, А.В. Лаздин, НИУ ИТМО):

- обозначим множества следующим образом:  

$$L = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \quad M = \{4, 8, 12, 116\}.$$

тогда исходное выражение можно записать в упрощенной форме:

$$(x \in L) \rightarrow (((x \in M) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in L)) \quad (1)$$

- 2) если  $x$  не принадлежит множеству  $L$ , то выражение принимает значение 1, независимо от множества  $A$  (импликация из 0 всегда равна 1); таким образом, необходимо рассмотреть ситуацию, когда  $x \in L$ .
- 3) Условие 1.  $x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$   
 В этом случае исходное выражение принимает следующий вид:  

$$1 \rightarrow (((x \in M) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow 0) \quad (2)$$
 это выражение примет значение 0 только в том случае, если  $((x \in M) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow 0$  будет ложным.  
 Для этого выражение  $((x \in M) \wedge \neg(x \in A))$  должно быть истинным (импликация из 1 в 0).
- 4) если  $x$  **не принадлежит** множеству  $M$ , то выражение 2 будет истинным не зависимо от множества  $A$ .
- 5) таким образом множество  $A$  влияет на решение задачи только при одновременном соблюдении двух условий:  
 1.  $x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$   
 2.  $x \in \{4, 8, 12, 116\}$   
 В этом случае исходное выражение принимает следующий вид:  

$$1 \rightarrow ((1 \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow 0) \quad (3)$$
- 6) для того чтобы это выражение было истинным, выражение  $\neg(x \in A)$  **обязательно** должно быть ложным; для этого выражение  $x \in A$  должно быть истинным.
- 7) значит, одновременно должны быть выполнены три условия:  
 1.  $x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$   
 2.  $x \in \{4, 8, 12, 116\}$   
 3.  $x \in A$   
 для этого множеству  $A$  обязательно должны принадлежать числа 4, 8, 12.
- 8) Ответ: **24**.

## Пример задания:

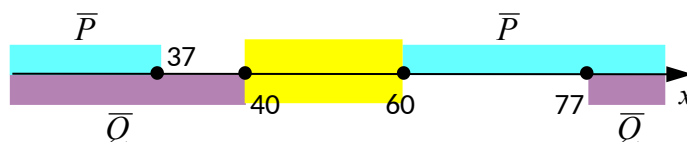
**Р-13.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [37; 60]$  и  $Q = [40; 77]$ . Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

**Решение:**

- 1) для того, чтобы упростить понимание выражения, обозначим отдельные высказывания буквами  
 $A: x \in A, \quad P: x \in P, \quad Q: x \in Q$
- 2) перейдем к более простым обозначениям  
 $P \rightarrow (Q \cdot \bar{A} \rightarrow \bar{P})$
- 3) раскрываем обе импликации по формуле  $A \rightarrow B = \bar{A} + B$ :  
 $P \rightarrow (Q \cdot \bar{A} + \bar{P}) = \bar{P} + Q \cdot \bar{A} + \bar{P} = Q \cdot \bar{A} + \bar{P}$
- 4) теперь используем закон де Моргана  $\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$ :  
 $\bar{Q} + A + \bar{P}$
- 5) в таком виде выражение уже смотрится совсем не страшно; Сразу видно, что отрезок  $A$  должен перекрывать область на числовой оси, которая не входит в область  $\bar{Q} + \bar{P}$ :



- 6) по рисунку видно, что не перекрыт только отрезок  $[40;60]$  (он выделен жёлтым цветом), его длина – 20, это и есть правильный ответ.
- 7) Ответ: **20**.

### Ещё пример задания:

**Р-12.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 39]$  и  $Q = [23, 58]$ . Выберите из предложенных вариантов такой отрезок  $A$ , что логическое выражение

$$((x \in P) \wedge (x \in A)) \rightarrow ((x \in Q) \wedge (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[5, 20]$       2)  $[15, 35]$       3)  $[25, 45]$       4)  $[5, 65]$

#### Решение:

- 1) для того, чтобы упростить понимание выражения, обозначим отдельные высказывания буквами

$$A: x \in A, \quad P: x \in P, \quad Q: x \in Q$$

- 2) перейдем к более простым обозначениям

$$P \cdot A \rightarrow Q \cdot A$$

- 3) раскроем импликацию через операции НЕ и ИЛИ ( $A \rightarrow B = \bar{A} + B$ ):

$$P \cdot A \rightarrow Q \cdot A = \overline{P \cdot A} + Q \cdot A$$

- 4) раскроем инверсию первого слагаемого по закону де Моргана ( $\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$ ):

$$\overline{P \cdot A} + Q \cdot A = \bar{P} + \bar{A} + Q \cdot A$$

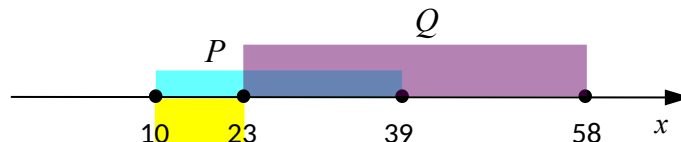
- 5) теперь применим закон поглощения

$$A + \bar{A} \cdot B = (A + \bar{A}) \cdot (A + B) = A + B$$

к последним двум слагаемым:

$$\bar{P} + \bar{A} + Q \cdot A = \bar{P} + \bar{A} + Q$$

- 6) для того, чтобы выражение было истинно при всех  $x$ , нужно, чтобы  $\bar{A}$  было истинно там, где ложно  $\bar{P} + Q$ , то есть там, где истинно  $\overline{\bar{P} + Q} = P \cdot \bar{Q}$  (жёлтая область на рисунке)



- 7) таким образом,  $A$  должно быть ложно на отрезке  $[10, 23]$ , такое отрезок в предложенном наборе один – это отрезок  $[25, 45]$
- 8) Ответ: **3**.

### Ещё пример задания:

**Р-11.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 30]$  и  $Q = [25, 55]$ . Определите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) 10      2) 20      3) 30      4) 45

#### Решение:

- 1) для того, чтобы упростить понимание выражения, обозначим отдельные высказывания буквами

$$A: x \in A, \quad P: x \in P, \quad Q: x \in Q$$

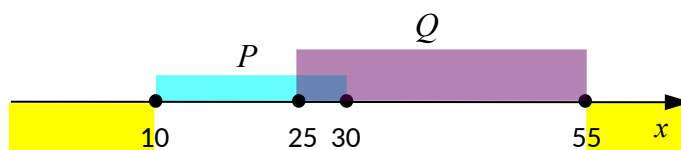
- 2) перейдем к более простым обозначениям

$$A \rightarrow (P + Q)$$

- 3) раскроем импликацию через операции НЕ и ИЛИ ( $A \rightarrow B = \bar{A} + B$ ):

$$A \rightarrow (P + Q) = \bar{A} + P + Q$$

- 4) для того, чтобы выражение было истинно при всех  $x$ , нужно, чтобы  $\bar{A}$  было истинно там, где ложно  $P + Q$  (жёлтая область на рисунке)



- 5) поэтому максимальный отрезок, где  $A$  может быть истинно (и, соответственно,  $\bar{A}$  ложно) – это отрезок  $[10, 55]$ , имеющий длину 45  
6) Ответ: 4.

### Ещё пример задания:

**Р-10.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 20]$  и  $Q = [25, 55]$ . Определите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) 10    2) 20    3) 30    4) 45

#### Решение:

- 1) для того, чтобы упростить понимание выражения, обозначим отдельные высказывания буквами

$$A: x \in A, \quad P: x \in P, \quad Q: x \in Q$$

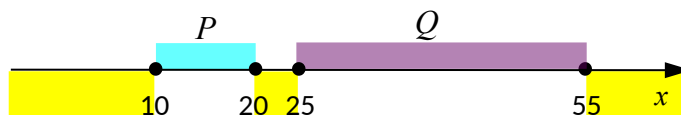
- 2) перейдем к более простым обозначениям

$$A \rightarrow (P + Q)$$

- 3) раскроем импликацию через операции НЕ и ИЛИ ( $A \rightarrow B = \bar{A} + B$ ):

$$A \rightarrow (P + Q) = \bar{A} + P + Q$$

- 4) для того, чтобы выражение было истинно при всех  $x$ , нужно, чтобы  $\bar{A}$  было истинно там, где ложно  $P + Q$  (жёлтая область на рисунке)



- 5) поскольку области истинности  $P$  и  $Q$  разделены, максимальный отрезок, где  $A$  может быть истинно (и, соответственно,  $\bar{A}$  ложно) – это наибольший из отрезков  $P$  и  $Q$ , то есть отрезок  $[25, 55]$ , имеющий длину 30  
6) Ответ: 3.

### Ещё пример задания:

**Р-09.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [14, 34]$  и  $Q = [24, 44]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \equiv (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

Если таких отрезков несколько, укажите тот, который имеет большую длину.

- 1)  $[15, 29]$     2)  $[25, 29]$     3)  $[35, 39]$     4)  $[49, 55]$

#### Решение:

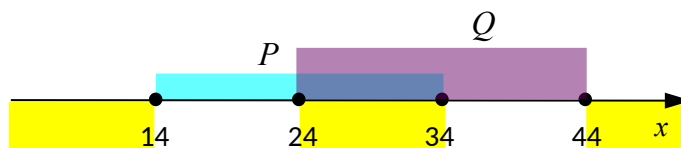
- 1) для того, чтобы упростить понимание выражения, обозначим отдельные высказывания буквами

$$A: x \in A, \quad P: x \in P, \quad Q: x \in Q$$

- 2) перейдем к более простым обозначениям

$$A \rightarrow (P \equiv Q)$$

- 3) выражение  $R = (P \equiv Q)$  истинно для всех значений  $x$ , при которых  $P$  и  $Q$  равны (либо оба ложны, либо оба истинны)
- 4) нарисуем область истинности выражения  $R = (P \equiv Q)$  на числовой оси (жёлтые области)



- 5) импликация  $A \rightarrow R$  истинна за исключением случая, когда  $A=1$  и  $R=0$ , поэтому на полуотрезках  $[14, 24[$  и  $]34, 44]$ , где  $R=0$ , выражение  $A$  должно быть обязательно ложно; никаких других ограничений не накладывается
- 6) из предложенных ответов этому условию соответствуют отрезки  $[25, 29]$  и  $[49, 55]$ ; по условию из них нужно выбрать самый длинный
- 7) отрезок  $[25, 29]$  имеет длину 4, а отрезок  $[49, 55]$  – длину 6, поэтому выбираем отрезок  $[49, 55]$
- 8) Ответ: 4.

### Ещё пример задания:

**Р-08.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [20, 50]$  и  $Q = [10, 60]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \wedge ((x \in A) \rightarrow (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

Если таких отрезков несколько, укажите тот, который имеет большую длину.

- 1)  $[5, 40]$       2)  $[15, 54]$       3)  $[30, 58]$       4)  $[5, 70]$

#### Решение:

- 1) в этом выражении две импликации связаны с помощью операции И (конъюнкции), поэтому для истинности всего выражения обе импликации должны быть истинными
- 2) для того, чтобы упростить понимание выражения, обозначим отдельные высказывания буквами

$$A: x \in A, \quad P: x \in P, \quad Q: x \in Q$$

- 3) перейдем к более простым обозначениям в обоих условиях

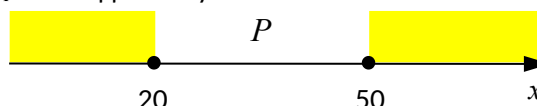
$$(P \rightarrow A) \wedge (A \rightarrow Q)$$

и выразим импликацию через операции ИЛИ и НЕ:

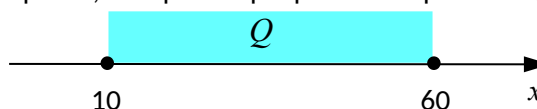
$$Z_1 = P \rightarrow A = \bar{P} + A,$$

$$Z_2 = A \rightarrow Q = \bar{A} + Q$$

- 4) выражение  $\bar{P} + A$  должно быть истинно на всей числовой оси; обозначим область, которую перекрывает выражение  $\bar{P}$  – это две полуоси



- 5) отсюда следует, что отрезок  $A$  должен полностью перекрывать отрезок  $P$ ; этому условию удовлетворяют варианты ответов 2 и 4
- 6) выражение  $\bar{A} + Q$  тоже должно быть истинно на всей числовой оси; выражение  $\bar{A}$  должно перекрывать все, кроме отрезка, который перекрывает выражение  $Q$ :



- 7) поэтому начало отрезка  $A$  должно быть внутри отрезка  $[10, 20]$ , а его конец – внутри отрезка  $[50, 60]$

8) этим условиям удовлетворяет только вариант 2.

9) Ответ: **2**.

### Ещё пример задания:

**Р-07.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [35, 55]$  и  $Q = [45, 65]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что обе приведённые ниже формулы истинны при любом значении переменной  $x$ :

$$(x \in P) \rightarrow (x \in A)$$

$$(\neg(x \in A)) \rightarrow (\neg(x \in Q))$$

Если таких отрезков несколько, укажите тот, который имеет большую длину.

- 1)  $[40, 50]$       2)  $[30, 60]$       3)  $[30, 70]$       4)  $[40, 100]$

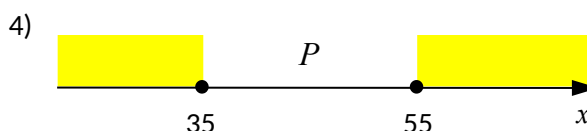
#### Решение:

- 1) для того, чтобы упростить понимание выражения, обозначим отдельные высказывания буквами

$$A: x \in A, \quad P: x \in P, \quad Q: x \in Q$$

- 2) перейдем к более простым обозначениям в первом условии  $P \rightarrow A$  и выразим импликацию через операции ИЛИ и НЕ:  $Z_1 = P \rightarrow A = \bar{P} + A$

- 3) выражение  $\bar{P} + A$  должно быть истинно на всей числовой оси; обозначим область, которую перекрывает выражение  $\bar{P}$  - это две полуоси



- 5) отсюда следует, что отрезок  $A$  должен полностью перекрывать отрезок  $P$ ; этому условию удовлетворяют варианты ответов **2 и 3**

- 6) аналогично разбираем и преобразуем второе выражение

$$Z_2 = \bar{A} \rightarrow \bar{Q} = A + \bar{Q}$$

- 7) и находим, что для того, чтобы обеспечить истинность второго выражения на всей оси отрезок  $A$  должен полностью перекрыть отрезок  $Q$ ; этому условию удовлетворяют варианты ответов **3 и 4**

- 8) объединяя результаты п. 5 и 7, получаем, что условию задачи соответствует только отрезок 3.

9) Ответ: **3**.

### Ещё пример задания:

**Р-06.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [2, 10]$  и  $Q = [6, 14]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[0, 3]$       2)  $[3, 11]$       3)  $[11, 15]$       4)  $[15, 17]$

#### Решение:

- 1) два условия связаны с помощью операции  $\vee$  («ИЛИ»), поэтому должно выполняться хотя бы одно из них

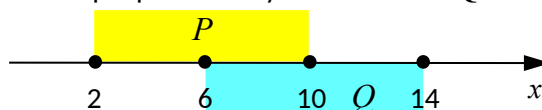
- 2) для того, чтобы упростить понимание выражения, обозначим отдельные высказывания буквами

$$A: x \in A, \quad P: x \in P, \quad Q: x \in Q$$

- 3) тогда получаем, переходя к более простым обозначениям:

$$Z = (A \rightarrow P) + Q$$

- 4) представим импликацию  $A \rightarrow P$  через операции «ИЛИ» и «НЕ»:  $A \rightarrow P = \bar{A} + P$ , так что получаем  $Z = \bar{A} + P + Q$
- 5) это значит, что для тождественной истинности выражения  $Z$  нужно, чтобы для любого  $x$  было выполнено одно из условий:  $\bar{A}$ ,  $P$ ,  $Q$ ; из всех этих выражений нам **неизвестно только  $\bar{A}$**
- 6) посмотрим, какие интервалы перекрываются условиями  $P$  и  $Q$ :



- 7) видим, что отрезок  $[2, 14]$  перекрывает, поэтому выражение  $\bar{A}$  должно перекрывать оставшуюся часть; таким образом,  $\bar{A}$  должно быть истинно на интервалах  $(-\infty, 2)$  и  $(14, \infty)$  и, соответственно, выражение  $A$  (без инверсии) может быть истинно только внутри отрезка  $[2, 14]$
- 8) из всех отрезков, приведенных в условии, только отрезков  $[3, 11]$  (вариант 2) находится целиком внутри отрезка  $[2, 14]$ , это и есть правильный ответ
- 9) Ответ: **2**.

#### Решение (вариант 2, А.Н. Евтеев):

- 1) пп. 1-4 такие же, как и в предыдущем способе решения
- 2) полученное после преобразований выражение  $Z = \bar{A} + P + Q$  должно быть истинно при любом  $x$
- 3) логическая сумма истинна во всех случаях кроме одного: если все слагаемые ложны, следовательно выражение  $Z = \bar{A} + P + Q$  ложно только когда  $A = 1$ ,  $P = 0$  и  $Q = 0$
- 4) поэтому если область истинности  $A$  выйдет за пределы отрезка  $[2, 14]$ , где одновременно ложны  $P$  и  $Q$ , то  $Z = \bar{A} + P + Q$  будет ложно
- 5) это значит, что  $A$  может быть истинно только внутри отрезка  $[2, 14]$
- 6) из всех отрезков, приведенных в условии, только отрезков  $[3, 11]$  (вариант 2) находится целиком внутри отрезка  $[2, 14]$ , это и есть правильный ответ
- 7) Ответ: **2**.

#### Решение (таблицы истинности, Е.А. Смирнов):

- 1) пп. 1-4 такие же, как и в предыдущем способе решения
- 2) если рассматривать все значения  $x$  на числовой прямой, то логические значения формул могут измениться только при переходе через граничные точки заданных промежутков
- 3) эти точки (2, 6, 10 и 14) разбивают числовую прямую на несколько интервалов, для каждого из которых можно определить логическое значение выражения  $Y = P + Q$

| $x$           | $P$ | $Q$ | $Y = P + Q$ |
|---------------|-----|-----|-------------|
| $x < 2$       | 0   | 0   | 0           |
| $2 < x < 6$   | 1   | 0   | 1           |
| $6 < x < 10$  | 1   | 1   | 1           |
| $10 < x < 14$ | 0   | 1   | 1           |
| $x > 14$      | 0   | 0   | 0           |

для упрощения записи не будем рассматривать значения формул на концах отрезков, так как это не влияет на решение

- 4) по условию выражение  $Z = \bar{A} + P + Q$  должно быть равно 1 при любых значениях  $x$ , то есть, в соответствующем столбце таблицы должны быть все единицы; отсюда можно найти, каким должно быть значение  $\bar{A}$  (и соответствующее значение  $A$ ) для каждого интервала:

| $x$         | $P$ | $Q$ | $Y = P + Q$ | $\bar{A}$ | $A$   | $Z = \bar{A} + P + Q$ |
|-------------|-----|-----|-------------|-----------|-------|-----------------------|
| $x < 2$     | 0   | 0   | 0           | 1         | 0     | 1                     |
| $2 < x < 6$ | 1   | 0   | 1           | любое     | любое | 1                     |

|               |   |   |   |       |       |   |
|---------------|---|---|---|-------|-------|---|
| $6 < x < 10$  | 1 | 1 | 1 | любое | любое | 1 |
| $10 < x < 14$ | 0 | 1 | 1 | любое | любое | 1 |
| $x > 14$      | 0 | 0 | 0 | 1     | 0     | 1 |

- 5) таким образом, значение  $A$  должно быть равно 0 вне отрезка  $[2, 14]$ ; из всех отрезков, приведенных в условии, только отрезок  $[3, 11]$  (вариант 2)
- 6) Ответ: **2**.

### Ещё пример задания:

**P-05.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [2, 20]$  и  $Q = [15, 25]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

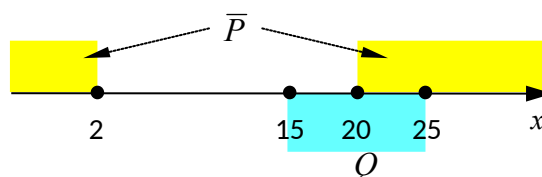
$$((x \notin A) \rightarrow (x \notin P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[0, 15]$       2)  $[10, 25]$       3)  $[2, 10]$       4)  $[15, 20]$

#### Решение (отрезки на оси):

- два условия связаны с помощью операции  $\vee$  («ИЛИ»), поэтому должно выполняться хотя бы одно из них
- для того, чтобы упростить понимание выражения, обозначим отдельные высказывания буквами  
 $A: x \in A, \quad P: x \in P, \quad Q: x \in Q$
- учтем, что в формуле используется знак  $\notin$  («не принадлежит»), поэтому при переходе к более простым обозначениям получаем:  
 $Z = (\bar{A} \rightarrow \bar{P}) + Q$
- представим импликацию  $\bar{A} \rightarrow \bar{P}$  через операции «ИЛИ» и «НЕ»:  $\bar{A} \rightarrow \bar{P} = A + \bar{P}$ , так что получаем  $Z = A + \bar{P} + Q$
- это значит, что для тождественной истинности выражения  $Z$  нужно, чтобы для любого  $x$  было выполнено одно из условий:  $A, \bar{P}, Q$ ; из всех этих выражений нам **неизвестно только  $A$**
- посмотрим, какие интервалы перекрываются условиями  $\bar{P}$  и  $Q$ ; область  $\bar{P}$  состоит из двух участков числовой оси, которые не входят в отрезок  $[2, 20]$ , а область  $Q$  – это отрезок  $[15, 25]$ :



- таким образом, область истинности выражения  $A$  должна перекрывать оставшуюся часть – отрезок  $[2, 15]$
- из всех отрезков, приведенных в условии, только отрезок  $[0, 15]$  (вариант 1) полностью перекрывает отрезок  $[2, 15]$ , это и есть правильный ответ
- Ответ: **1**.

#### Решение (таблицы истинности, Е.А. Смирнов):

- пп. 1-4 такие же, как и в предыдущем способе решения
- если рассматривать все значения  $x$  на числовой прямой, то логические значения формул могут измениться только при переходе через граничные точки заданных промежутков
- эти точки (2, 15, 20 и 25) разбивают числовую прямую на несколько интервалов, для каждого из которых можно определить логическое значение выражения  $Y = \bar{P} + Q$

| $x$          | $P$ | $\bar{P}$ | $Q$ | $Y = \bar{P} + Q$ |
|--------------|-----|-----------|-----|-------------------|
| $x < 2$      | 0   | 1         | 0   | 1                 |
| $2 < x < 15$ | 1   | 0         | 0   | 0                 |

|               |   |   |   |   |
|---------------|---|---|---|---|
| $15 < x < 20$ | 1 | 0 | 1 | 1 |
| $20 < x < 25$ | 0 | 1 | 1 | 1 |
| $x > 25$      | 0 | 1 | 0 | 1 |

для упрощения записи не будем рассматривать значения формул на концах отрезков, так как это не влияет на решение

- 4) по условию выражение  $Z = A + \bar{P} + Q$  должно быть равно 1 при любых значениях  $x$ , то есть, в соответствующем столбце таблицы должны быть все единицы; отсюда можно найти, каким должно быть значение  $A$  для каждого интервала:

| $x$           | $P$ | $\bar{P}$ | $Q$ | $Y = \bar{P} + Q$ | $A$   | $Z = A + \bar{P} + Q$ |
|---------------|-----|-----------|-----|-------------------|-------|-----------------------|
| $x < 2$       | 0   | 1         | 0   | 1                 | любое | 1                     |
| $2 < x < 15$  | 1   | 0         | 0   | 0                 | 1     | 1                     |
| $15 < x < 20$ | 1   | 0         | 1   | 1                 | любое | 1                     |
| $20 < x < 25$ | 0   | 1         | 1   | 1                 | любое | 1                     |
| $x > 25$      | 0   | 1         | 0   | 1                 | любое | 1                     |

- 5) таким образом, область истинности выражения  $A$  должна перекрывать отрезок  $[2, 15]$   
 6) из всех отрезков, приведенных в условии, только отрезок  $[0, 15]$  (вариант 1) полностью перекрывает отрезок  $[2, 15]$ , это и есть правильный ответ  
 7) Ответ: **1**.

## Ещё пример задания:

**P-04.** На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [10, 25]$ ,  $Q = [15, 30]$  и  $R = [25, 40]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in Q) \rightarrow (x \notin R)) \wedge (x \in A) \wedge (x \notin P)$$

тождественно **ложна**, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[0, 15]$       2)  $[10, 40]$       3)  $[25, 35]$       4)  $[15, 25]$

### Решение (способ 1):

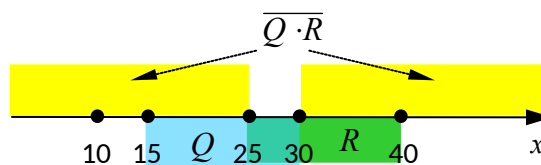
- 1) три условия связаны с помощью операции  $\wedge$  (логическое «И»), поэтому для того, чтобы выражение было тождественно равно нулю, для каждого значения  $x$  по крайней мере одно из них должно быть ложно  
 2) для того, чтобы упростить понимание выражения, обозначим отдельные высказывания буквами

$$A: x \in A, \quad P: x \in P, \quad Q: x \in Q, \quad R: x \in R$$

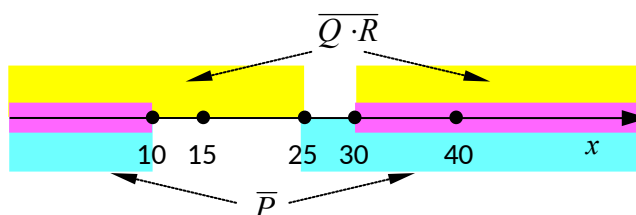
- 3) учтем, что в формуле дважды используется знак  $\notin$  («не принадлежит»), поэтому при переходе к более простым обозначениям получаем:

$$Z = (Q \rightarrow \bar{R}) \cdot A \cdot \bar{P}$$

- 4) представим импликацию  $Q \rightarrow \bar{R}$  через операции «ИЛИ» и «НЕ»:  $Q \rightarrow \bar{R} = \bar{Q} + \bar{R}$ , так что получаем  $Z = (\bar{Q} + \bar{R}) \cdot A \cdot \bar{P}$   
 5) роль сомножителя  $A$  состоит в том, чтобы обнулить выражение везде, где произведение  $(\bar{Q} + \bar{R}) \cdot \bar{P}$  равно 1; поэтому для этих значений  $x$  выражение  $A$  должно быть равно нулю, а для остальных  $x$  его значение не играет роли  
 6) область истинности выражения  $\bar{Q} + \bar{R}$  по закону де Моргана совпадает с областью истинности выражения  $\overline{Q \cdot R}$ , то есть это область вне общей части отрезков  $Q$  и  $R$  (она показана жёлтым цветом на рисунке):



- 7) теперь умножим это выражение на  $\bar{P}$  (ему соответствует область вне отрезка  $[10,25]$ ), построив область  $(\bar{Q} + \bar{R}) \cdot \bar{P}$ ; эта область, где одновременно истинны  $\bar{Q} + \bar{R}$  и  $\bar{P}$ , выделена фиолетовым цветом:

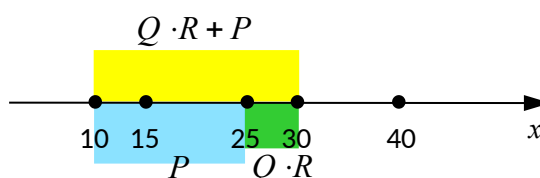


- 8) как следует из п. 4, в фиолетовой области на предыдущем рисунке выражение  $A$  должно быть обязательно равно 0, и только внутри отрезка  $[10,30]$  может быть истинно  
 9) таким образом, среди ответов нужно найти отрезок, который целиком помещается внутри отрезка  $[10,30]$   
 10) этому условию удовлетворяет только отрезок  $[15,25]$  (ответ 4)  
 11) Ответ: 4.

#### Решение (способ 2, инверсия и преобразование):

- пп. 1-4 такие же, как и в первом способе
- выражение  $Z$  тождественно ложно тогда и только тогда, когда обратное ему,  $\bar{Z}$ , тождественно истинно; таким образом, если выполнить инверсию для  $Z$ , мы сведём задачу к задаче из демо-варианта ЕГЭ-2013, разобранной выше
- имеем, используя законы де Моргана:  

$$\bar{Z} = \overline{(\bar{Q} + \bar{R}) \cdot A \cdot \bar{P}} = \overline{(\bar{Q} + \bar{R})} + \overline{A \cdot \bar{P}} = Q \cdot R + \bar{A} + P$$
- выражение  $Q \cdot R$  истинно на общей части (пересечении) отрезков  $Q$  и  $R$ , то есть, на отрезке  $[25,30]$
- добавляя к этому диапазону отрезок  $P$ , получим отрезок  $[10,30]$ , где истинно выражение  $Q \cdot R + P$



- остальную часть числовой оси (при  $x$  меньше 10 и  $x$  больше 30) должно перекрыть выражение  $\bar{A}$ , то есть  $A$  должно быть ложно вне отрезка  $[10,30]$
- таким образом, среди ответов нужно найти отрезок, который целиком помещается внутри отрезка  $[10,30]$
- этому условию удовлетворяет только отрезок  $[15,25]$  (ответ 4)
- Ответ: 4.

#### Решение (таблицы истинности, Е.А. Смирнов):

- пп. 1-5 такие же, как и в первом способе решения
- если рассматривать все значения  $x$  на числовой прямой, то логические значения формул могут измениться только при переходе через граничные точки заданных промежутков
- эти точки (10,15,25, 30 и 40) разбивают числовую прямую на несколько интервалов, для каждого из которых можно определить логическое значение выражения  $Y = (\bar{Q} + \bar{R}) \cdot \bar{P}$

| $x$           | $P$ | $\bar{P}$ | $Q$ | $\bar{Q}$ | $R$ | $\bar{R}$ | $\bar{Q} + \bar{R}$ | $Y = (\bar{Q} + \bar{R}) \cdot \bar{P}$ |
|---------------|-----|-----------|-----|-----------|-----|-----------|---------------------|-----------------------------------------|
| $x < 10$      | 0   | 1         | 0   | 1         | 0   | 1         | 1                   | 1                                       |
| $10 < x < 15$ | 1   | 0         | 0   | 1         | 0   | 1         | 1                   | 0                                       |
| $15 < x < 25$ | 1   | 0         | 1   | 0         | 0   | 1         | 1                   | 0                                       |
| $25 < x < 30$ | 0   | 1         | 1   | 0         | 1   | 0         | 0                   | 0                                       |
| $30 < x < 40$ | 0   | 1         | 0   | 1         | 1   | 0         | 1                   | 1                                       |
| $x > 40$      | 0   | 1         | 0   | 1         | 0   | 1         | 1                   | 1                                       |

для упрощения записи не будем рассматривать значения формул на концах отрезков, так как это не влияет на решение

- 4) по условию выражение  $Z = (\overline{Q} + \overline{R}) \cdot A \cdot \overline{P}$  должно быть равно 0 при любых значениях  $x$ , то есть, в соответствующем столбце таблицы должны быть все единицы; отсюда можно найти, каким должно быть значение  $A$  для каждого интервала:

| $x$           | $Y = (\overline{Q} + \overline{R}) \cdot \overline{P}$ | $A$   | $Z = (\overline{Q} + \overline{R}) \cdot A \cdot \overline{P}$ |
|---------------|--------------------------------------------------------|-------|----------------------------------------------------------------|
| $x < 10$      | 1                                                      | 0     | 0                                                              |
| $10 < x < 15$ | 0                                                      | любое | 0                                                              |
| $15 < x < 25$ | 0                                                      | любое | 0                                                              |
| $25 < x < 30$ | 0                                                      | любое | 0                                                              |
| $30 < x < 40$ | 1                                                      | 0     | 0                                                              |
| $x > 40$      | 1                                                      | 0     | 0                                                              |

- 1) таким образом, среди ответов нужно найти отрезок, который целиком помещается внутри отрезка  $[10, 30]$
- 2) этому условию удовлетворяет только отрезок  $[15, 25]$  (ответ 4)
- 3) Ответ: **4**.

### Ещё пример задания:

**Р-03.** На числовой прямой даны три интервала:  $P = (5, 10)$ ,  $Q = [10, 20]$  и  $R = [25, 40]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что выражения

$$(x \in A) \rightarrow (x \in P) \quad \text{и} \quad (x \in Q) \rightarrow (x \in R)$$

тождественно **равны**, то есть принимают одинаковые значения при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[7, 20]$       2)  $[2, 12]$       3)  $[10, 25]$       4)  $[20, 30]$

#### Решение (способ 1, отрезки на числовой прямой):

- 1) обратите внимание, что интервал  $P$  – это открытый интервал; это необходимо для того, чтобы можно было выполнить заданное условие в точках стыковки отрезков
- 2) для того, чтобы упростить понимание выражения, обозначим отдельные высказывания буквами

$$A: x \in A, \quad P: x \in P, \quad Q: x \in Q, \quad R: x \in R$$

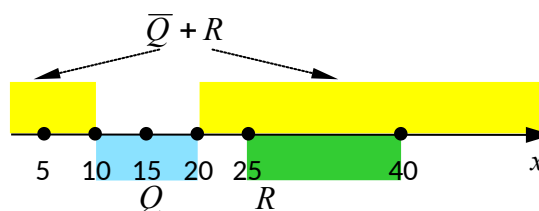
- 3) перейдём к более простым обозначениям:

$$Y = A \rightarrow P, \quad Z = Q \rightarrow R$$

- 4) выразим импликации через операции «ИЛИ» и «НЕ»:

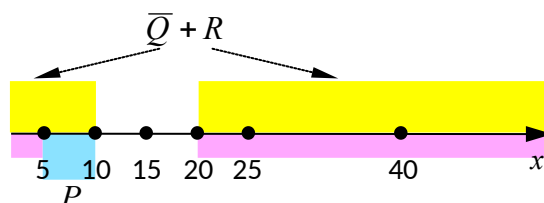
$$Y = A \rightarrow P = \overline{A} + P, \quad Z = Q \rightarrow R = \overline{Q} + R$$

- 5) заметим, что неизвестная величина  $A$  входит только в выражение  $Y$
- 6) общая идея состоит в том, чтобы построить на числовой оси область истинности для полностью известного выражения  $Z = \overline{Q} + R$ , а затем дополнить отрезок  $P$  до этой области; это «дополнение» будет соответствовать области  $\overline{A}$
- 7) построим область  $Z = \overline{Q} + R$  – объединение отрезка  $R$  и области вне отрезка  $Q$ :



обратим внимание, что область  $Z = \overline{Q} + R$  (выделена жёлтым цветом) в данном случае совпадает с  $\overline{Q}$

- 8) теперь рассмотрим область  $P$  (выделена голубым цветом)



- 9) чтобы область истинности выражения  $Y = \bar{A} + P$  совпала с жёлтой областью, выражение  $\bar{A}$  должно «перекрыть» всю фиолетовую область (возможно, заходя в область  $P$ )
- 10) поэтому выражение  $A$  обязательно должно быть истинно на отрезке  $[10, 20]$ ; обязательно должно быть ложно на полуосях  $(-\infty, 5)$  и  $(20, +\infty)$ , а на отрезке  $[5, 10]$  его значение может быть любым (там выполнение требований обеспечивает область  $P$ )
- 11) из предложенных вариантов ответов этим требованиям удовлетворяет только отрезок  $[7, 20]$  (ответ 1)
- 12) Ответ: **1**.

**Решение (способ 2, таблицы истинности, Е.А. Смирнов):**

- 1) пп. 1-6 такие же, как и в первом способе решения
- 2) если рассматривать все значения  $x$  на числовой прямой, то логические значения формул могут измениться только при переходе через граничные точки заданных промежутков
- 3) эти точки (5, 10, 20, 25 и 40) разбивают числовую прямую на несколько интервалов, для каждого из которых можно определить логическое значение выражения  $Z = \bar{Q} + R$

| $x$           | $P$ | $Q$ | $\bar{Q}$ | $R$ | $Z = \bar{Q} + R$ |
|---------------|-----|-----|-----------|-----|-------------------|
| $x < 5$       | 0   | 0   | 1         | 0   | 1                 |
| $5 < x < 10$  | 1   | 0   | 1         | 0   | 1                 |
| $10 < x < 20$ | 0   | 1   | 0         | 0   | 0                 |
| $20 < x < 25$ | 0   | 0   | 1         | 0   | 1                 |
| $25 < x < 40$ | 0   | 0   | 1         | 1   | 1                 |
| $x > 40$      | 0   | 0   | 1         | 0   | 1                 |

для упрощения записи не будем рассматривать значения формул на концах отрезков, так как это не влияет на решение

- 4) по условию выражение  $Z = \bar{Q} + R$  должно быть равно выражению  $Y = \bar{A} + P$  при любых значениях  $x$ , отсюда можно найти, каким должно быть значение  $\bar{A}$  (и соответствующее значение  $A$ ) для каждого интервала:

| $x$           | $Z = \bar{Q} + R$ | $Y = \bar{A} + P$ | $P$ | $\bar{A}$ | $A$   |
|---------------|-------------------|-------------------|-----|-----------|-------|
| $x < 5$       | 1                 | 1                 | 0   | 1         | 0     |
| $5 < x < 10$  | 1                 | 1                 | 1   | любое     | любое |
| $10 < x < 20$ | 0                 | 0                 | 0   | 0         | 1     |
| $20 < x < 25$ | 1                 | 1                 | 0   | 1         | 0     |
| $25 < x < 40$ | 1                 | 1                 | 0   | 1         | 0     |
| $x > 40$      | 1                 | 1                 | 0   | 1         | 0     |

- 4) таким образом, среди ответов нужно найти отрезок, который перекрывает отрезок  $[10, 20]$  и, возможно, заходит внутрь отрезка  $[5, 10]$
- 5) из предложенных вариантов ответов этим требованиям удовлетворяет только отрезок  $[7, 20]$  (ответ 1)
- 6) Ответ: **1**.

**Ещё пример задания:**

**P-02.** На числовой прямой даны три интервала:  $P = (10, 15)$ ,  $Q = [5, 20]$  и  $R = [15, 25]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что выражения

$$(x \notin A) \rightarrow (x \in P) \quad \text{и} \quad (x \in Q) \rightarrow (x \in R)$$

принимают **различные** значения при любых  $x$ .

- 1)  $[7, 20]$       2)  $[2, 15]$       3)  $[5, 12]$       4)  $[20, 25]$

**Решение (способ 1, отрезки на числовой прямой):**

- обратите внимание, что интервал  $P$  – это открытый интервал; это необходимо для того, чтобы можно было выполнить заданное условие в точках стыковки отрезков
- для того, чтобы упростить понимание выражения, обозначим отдельные высказывания буквами

$$A: x \in A, \quad P: x \in P, \quad Q: x \in Q, \quad R: x \in R$$

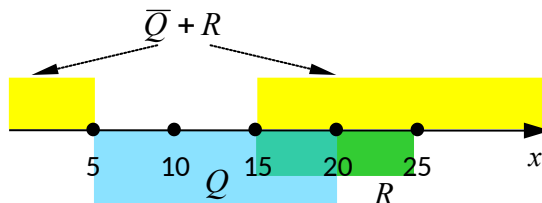
- перейдём к более простым обозначениям:

$$Y = \bar{A} \rightarrow P, \quad Z = Q \rightarrow R$$

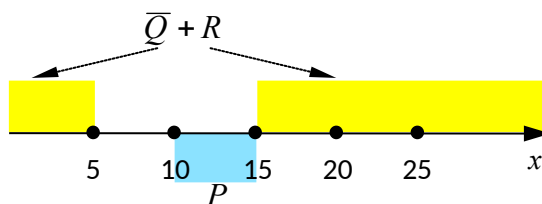
- выразим импликации через операции «ИЛИ» и «НЕ»:

$$Y = \bar{A} \rightarrow P = A + P, \quad Z = Q \rightarrow R = \bar{Q} + R$$

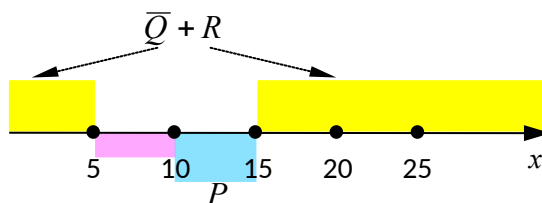
- заметим, что неизвестная величина  $A$  входит только в выражение  $Y$
- общая идея состоит в том, чтобы построить на числовой оси область истинности для полностью известного выражения  $Z = \bar{Q} + R$ , а затем дополнить отрезок  $P$  до «обратной» области, в которой выражение  $Z$  ложно; это «дополнение» будет соответствовать области  $A$
- построим область  $Z = \bar{Q} + R$  – объединение отрезка  $R$  и области вне отрезка  $Q$ :



- теперь рассмотрим область  $P$  (выделена голубым цветом)



- чтобы выполнить заданное условие (противоположность значений  $Y = A + P$  и  $Z = \bar{Q} + R$  при любых  $x$ ), область истинности выражения  $Y = A + P$  должна совпадать с областью, где выражение  $Z$  ложно; для этого выражение  $A$  должно «перекрывать» всю фиолетовую область (возможно, заходя в область  $P$ ), но не должно заходить в «жёлтую» область:



- из предложенных вариантов ответов этим требованиям удовлетворяет только отрезок  $[5, 12]$  (ответ 3)

- Ответ: **3**.

**Решение (способ 2, таблицы истинности, Е.А. Смирнов):**

- пп. 1-6 такие же, как и в первом способе решения

- 2) если рассматривать все значения  $x$  на числовой прямой, то логические значения формул могут измениться только при переходе через граничные точки заданных промежутков
- 3) эти точки (5, 10, 15, 20 и 25) разбивают числовую прямую на несколько интервалов, для каждого из которых можно определить логическое значение выражения  $Z = \overline{Q} + R$

| $x$           | $P$ | $Q$ | $\overline{Q}$ | $R$ | $Z = \overline{Q} + R$ |
|---------------|-----|-----|----------------|-----|------------------------|
| $x < 5$       | 0   | 0   | 1              | 0   |                        |
| $5 < x < 10$  | 0   | 1   | 0              | 0   |                        |
| $10 < x < 15$ | 1   | 1   | 0              | 0   |                        |
| $15 < x < 20$ | 0   | 1   | 0              | 1   |                        |
| $20 < x < 25$ | 0   | 0   | 1              | 1   |                        |
| $x > 25$      | 0   | 0   | 1              | 0   |                        |

для упрощения записи не будем рассматривать значения формул на концах отрезков, так как это не влияет на решение

- 4) по условию выражение  $Z = \overline{Q} + R$  должно быть НЕ равно выражению  $Y = A + P$  при любых значениях  $x$ , отсюда можно найти, каким должно быть значение  $A$  для каждого интервала:

| $x$           | $Z = \overline{Q} + R$ | $Y = A + P$ | $P$ | $A$   |
|---------------|------------------------|-------------|-----|-------|
| $x < 5$       | 1                      | 0           | 0   | 0     |
| $5 < x < 10$  | 0                      | 1           | 0   | 1     |
| $10 < x < 15$ | 0                      | 1           | 1   | любое |
| $15 < x < 20$ | 1                      | 0           | 0   | 0     |
| $20 < x < 25$ | 1                      | 0           | 0   | 0     |
| $x > 25$      | 1                      | 0           | 0   | 0     |

- 7) таким образом, среди ответов нужно найти отрезок, который перекрывает отрезок [5,10] и, возможно, заходит внутрь отрезка [10,15]
- 8) из предложенных вариантов ответов этим требованиям удовлетворяет только отрезок [5,12] (ответ 3)
- 9) Ответ: **3**.

## Ещё пример задания:

**P-01.** Какое из приведённых имен удовлетворяет логическому условию:

(первая буква согласная  $\rightarrow$  вторая буква согласная)  $\wedge$  (предпоследняя буква гласная  $\rightarrow$  последняя буква гласная)?

- 1) КРИСТИНА    2) МАКСИМ    3) СТЕПАН    4) МАРИЯ

**Решение:**

- два условия связаны с помощью операции  $\wedge$  («И»), поэтому должны выполняться одновременно
- импликация ложна, если ее первая часть («посылка») истинна, а вторая («следствие») – ложна
- первое условие «первая буква согласная  $\rightarrow$  вторая буква согласная» ложно тогда, когда первая буква согласная, а вторая – гласная, то есть для ответов 2 и 4
- второе условие «предпоследняя буква гласная  $\rightarrow$  последняя буква гласная» ложно тогда, когда предпоследняя буква гласная, а последняя – согласная, то есть, для ответа 3
- таким образом, для варианта 1 (КРИСТИНА) оба промежуточных условия и исходное условие в целом истинны
- ответ: **1**.

## Ещё пример задания:

**P-00.** Для какого из указанных значений  $X$  истинно высказывание  $\neg((X > 2) \rightarrow (X > 3))$ ?

- 1) 1                      2) 2                      3) 3                      4) 4

**Решение (вариант 1, прямая подстановка):**

- определим порядок действий: сначала вычисляются результаты отношений в скобках, затем выполняется импликация (поскольку есть «большие» скобки), затем – отрицание (операция «НЕ») для выражения в больших скобках
- выполняем операции для всех приведенных возможных ответов (1 обозначает истинное условие, 0 – ложное); сначала определяем результаты сравнения в двух внутренних скобках:

| $x$ | $x > 2$ | $x > 3$ | $(x > 2) \rightarrow (x > 3)$ | $\neg((x > 2) \rightarrow (x > 3))$ |
|-----|---------|---------|-------------------------------|-------------------------------------|
| 1   | 0       | 0       |                               |                                     |
| 2   | 0       | 0       |                               |                                     |
| 3   | 1       | 0       |                               |                                     |
| 4   | 1       | 1       |                               |                                     |

- по таблице истинности операции «импликация» находим третий столбец (значение выражения в больших скобках), применив операцию «импликация» к значениям второго и третьего столбцов (в каждой строке):

| $x$ | $x > 2$ | $x > 3$ | $(x > 2) \rightarrow (x > 3)$ | $\neg((x > 2) \rightarrow (x > 3))$ |
|-----|---------|---------|-------------------------------|-------------------------------------|
| 1   | 0       | 0       | 1                             |                                     |
| 2   | 0       | 0       | 1                             |                                     |
| 3   | 1       | 0       | 0                             |                                     |
| 4   | 1       | 1       | 1                             |                                     |

- значение выражения равно инверсии третьего столбца (меняем 1 на 0 и наоборот):

| $x$ | $x > 2$ | $x > 3$ | $(x > 2) \rightarrow (x > 3)$ | $\neg((x > 2) \rightarrow (x > 3))$ |
|-----|---------|---------|-------------------------------|-------------------------------------|
| 1   | 0       | 0       | 1                             | 0                                   |
| 2   | 0       | 0       | 1                             | 0                                   |
| 3   | 1       | 0       | 0                             | 1                                   |
| 4   | 1       | 1       | 1                             | 0                                   |

- таким образом, ответ – 3.

**Возможные ловушки и проблемы:**

- можно «забыть» отрицание (помните, что правильный ответ – всего один!)
- можно перепутать порядок операций (скобки, «НЕ», «И», «ИЛИ», «импликация»)
- нужно помнить таблицу истинности операции «импликация», которую очень любят составители тестов<sup>4</sup>
- этот метод проверяет только заданные числа и не дает общего решения, то есть не определяет все множество значений  $x$ , при которых выражение истинно

**Решение (вариант 2, упрощение выражения):**

- обозначим простые высказывания буквами:

$$A = x > 2, \quad B = x > 3$$

- тогда можно записать все выражение в виде

$$\neg(A \rightarrow B) \quad \text{или} \quad \overline{A \rightarrow B}$$

- выразим импликацию через «ИЛИ» и «НЕ» (см. выше):

$$\neg(A \rightarrow B) = \neg(\neg A \vee B) \quad \text{или} \quad \overline{A \rightarrow B} = \overline{\neg A + B}$$

- раскрывая по формуле де Моргана операцию «НЕ» для всего выражения, получаем

<sup>4</sup> ... но которая, к сожалению, почти не нужна на практике. ☺

$$\neg(\neg A \vee B) = A \wedge \neg B \quad \text{или} \quad \overline{\overline{A} + B} = A \cdot \overline{B}$$

- 5) таким образом, данное выражение истинно только тогда, когда А истинно ( $x > 2$ ), а В – ложно ( $x \leq 3$ ), то есть для всех X, таких что  $2 < x \leq 3$
- 6) из приведенных чисел только 3 удовлетворяет этому условию,
- 7) таким образом, ответ – 3.

#### Возможные проблемы:

- нужно помнить законы логики (например, формулы де Моргана)
- при использовании формул де Моргана нужно не забыть заменить «И» на «ИЛИ» и наоборот
- нужно не забыть, что инверсией (отрицанием) для выражения  $x > 3$  является  $x \leq 3$ , а не  $x < 3$

#### Решение (вариант 3, использование свойств импликации):

- 1) обозначим простые высказывания буквами:  
 $A = x > 2, \quad B = x > 3$
- 2) тогда исходное выражение можно переписать в виде  $\neg(A \rightarrow B) = 1$  или  $A \rightarrow B = 0$
- 3) импликация  $A \rightarrow B$  ложна в одном единственном случае, когда  $A = 1$  и  $B = 0$ ; поэтому заданное выражение истинно для всех X, таких что  $x > 2$  и  $x \leq 3$
- 4) из приведенных чисел только 3 удовлетворяет этому условию,
- 5) таким образом, ответ – 3.

#### Выводы:

- 1) в данном случае, наверное, проще третий вариант решения, однако он основан на том, что импликация ложна только для одной комбинации исходных данных; не всегда этот прием применим
- 2) второй и третий варианты позволяют не только проверить заданные значения, но и получить общее решение – все множество X, для которых выражение истинно; это более красиво для человека, обладающего математическим складом ума.

## Задачи для тренировки<sup>5</sup>:

- 1) Для какого из указанных значений числа  $X$  истинно высказывание  $((X < 5) \rightarrow (X < 3)) \wedge ((X < 2) \rightarrow (X < 1))$   
 1) 1                      2) 2                      3) 3                      4) 4
- 2) Для какого числа  $X$  истинно высказывание  $((X > 3) \vee (X < 3)) \rightarrow (X < 1)$   
 1) 1                      2) 2                      3) 3                      4) 4
- 3) Для какого числа  $X$  истинно высказывание  $X > 1 \wedge ((X < 5) \rightarrow (X < 3))$   
 1) 1                      2) 2                      3) 3                      4) 4
- 4) Для какого имени истинно высказывание:  
 $\neg (\text{Первая буква имени гласная} \rightarrow \text{Четвертая буква имени согласная})?$   
 1) ЕЛЕНА              2) ВАДИМ              3) АНТОН              4) ФЕДОР
- 5) Для какого символического выражения неверно высказывание:  
 $\text{Первая буква гласная} \rightarrow \neg (\text{Третья буква согласная})?$   
 1) abedc              2) becde              3) babas              4) abcab
- 6) Для какого числа  $X$  истинно высказывание  $(X > 2) \vee (X > 5) \rightarrow (X < 3)$   
 1) 5                      2) 2                      3) 3                      4) 4
- 7) Для какого из значений числа  $Z$  высказывание  $((Z > 2) \vee (Z > 4)) \rightarrow (Z > 3)$  будет ложным?  
 1) 1                      2) 2                      3) 3                      4) 4
- 8) Для какого имени истинно высказывание:  
 $\neg (\text{Первая буква имени согласная} \rightarrow \text{Третья буква имени гласная})?$   
 1) ЮЛИЯ              2) ПЕТР              3) АЛЕКСЕЙ              4) КСЕНИЯ

<sup>5</sup> Источники заданий:

1. Демонстрационные варианты ЕГЭ 2004-2016 гг.
2. Тренировочные и диагностические работы МИОО и Статград.
3. Гусева И.Ю. ЕГЭ. Информатика: раздаточный материал тренировочных тестов. — СПб: Тригон, 2009.
4. Якушкин П.А., Лещинер В.Р., Кириенко Д.П. ЕГЭ 2010. Информатика. Типовые тестовые задания. — М: Экзамен, 2010.
5. Крылов С.С., Ушаков Д.М. ЕГЭ 2010. Информатика. Тематическая рабочая тетрадь. — М.: Экзамен, 2010.
6. Якушкин П.А., Ушаков Д.М. Самое полное издание типовых вариантов реальных заданий ЕГЭ 2010. Информатика. — М.: Астрель, 2009.
7. М.Э. Абрамян, С.С. Михалкович, Я.М. Русанова, М.И. Чердынцева. Информатика. ЕГЭ шаг за шагом. — М.: НИИ школьных технологий, 2010.
8. Самылкина Н.Н., Островская Е.М. ЕГЭ 2011. Информатика. Тематические тренировочные задания. — М.: Эксмо, 2010.
9. Крылов С.С., Лещинер В.Р., Якушкин П.А. ЕГЭ 2011. Информатика. Универсальные материалы для подготовки учащихся. — М.: Интеллект-центр, 2011.
10. Чуркина Т.Е. ЕГЭ 2011. Информатика. Тематические тренировочные задания. — М.: Эксмо, 2010.
11. Крылов С.С., Ушаков Д.М. ЕГЭ 2015. Информатика. Тематические тестовые задания. — М.: Экзамен, 2015.
12. Ушаков Д.М. ЕГЭ-2015. Информатика. 20 типовых вариантов экзаменационных работ для подготовки к ЕГЭ. — М.: Астрель, 2014.

- 9) Для какого из значений числа  $Y$  высказывание  $(Y < 5) \wedge ((Y > 1) \rightarrow (Y > 5))$  будет истинным?  
 1) 1                      2) 2                      3) 3                      4) 4
- 10) Для какого символьного выражения верно высказывание:  
 $\neg$  (Первая буква согласная)  $\wedge \neg$  (Вторая буква гласная)?  
 1) abcde                      2) bcade                      3) babas                      4) cabab
- 11) Для какого имени истинно высказывание:  
 (Вторая буква гласная  $\rightarrow$  Первая буква гласная)  $\wedge$  Последняя буква согласная?  
 1) ИРИНА                      2) МАКСИМ                      3) МАРИЯ                      4) СТЕПАН
- 12) Для какого имени истинно высказывание:  
 $\neg$  (Первая буква согласная  $\rightarrow$  Последняя буква гласная)  $\wedge$  Вторая буква согласная?  
 1) ИРИНА                      2) СТЕПАН                      3) МАРИНА                      4) ИВАН
- 13) Для какого имени истинно высказывание:  
 (Первая буква согласная  $\rightarrow$  Вторая буква согласная)  $\wedge$  Последняя буква гласная?  
 1) КСЕНИЯ                      2) МАКСИМ                      3) МАРИЯ                      4) СТЕПАН
- 14) Для какого имени истинно высказывание:  
 $\neg$  (Вторая буква гласная  $\rightarrow$  Первая буква гласная)  $\wedge$  Последняя буква согласная?  
 1) ИРИНА                      2) МАКСИМ                      3) МАРИЯ                      4) СТЕПАН
- 15) Для какого имени истинно высказывание:  
 $\neg$  (Первая буква согласная  $\rightarrow$  Последняя буква согласная)  $\wedge$  Вторая буква согласная?  
 1) ИРИНА                      2) СТЕПАН                      3) МАРИЯ                      4) КСЕНИЯ
- 16) Для какого имени истинно высказывание:  
 $\neg$  (Первая буква гласная  $\rightarrow$  Вторая буква гласная)  $\wedge$  Последняя буква гласная?  
 1) ИРИНА                      2) МАКСИМ                      3) АРТЕМ                      4) МАРИЯ
- 17) Для какого названия животного ложно высказывание:  
 Заканчивается на согласную  $\wedge$  В слове 7 букв  $\rightarrow \neg$  (Третья буква согласная)?  
 1) Верблюд                      2) Страус                      3) Кенгуру                      4) Леопард
- 18) Для какого названия животного ложно высказывание:  
 В слове 4 гласных буквы  $\wedge \neg$  (Пятая буква гласная)  $\vee$  В слове 5 согласных букв?  
 1) Шиншилла                      2) Кенгуру                      3) Антилопа                      4) Крокодил
- 19) Для какого названия животного ложно высказывание:  
 Четвертая буква гласная  $\rightarrow \neg$  (Вторая буква согласная)?  
 1) Собака                      2) Жираф                      3) Верблюд                      4) Страус
- 20) Для какого слова ложно высказывание:

Первая буква слова согласная  $\rightarrow$  (Вторая буква имени гласная  $\wedge$  Последняя буква слова согласная)?

- 1) ЖАРА      2) ОРДА      3) ОГОРОД      4) ПАРАД

21) Для какого числа  $X$  истинно высказывание  $(X \cdot (X-16) > -64) \rightarrow (X > 8)$

- 1) 5      2) 6      3) 7      4) 8

22) Для какого числа  $X$  истинно высказывание  $(X \cdot (X-8) > -25 + 2 \cdot X) \rightarrow (X > 7)$

- 1) 4      2) 5      3) 6      4) 7

23) Для какого символьного набора истинно высказывание:

Вторая буква согласная  $\wedge$  (В слове 3 гласных буквы  $\vee$  Первая буква согласная)?

- 1) УББОШТ      2) ТУИОШШ      3) ШУБВОИ      4) ИТПРАО

24) Для какого имени ложно высказывание:

(Первая буква гласная  $\wedge$  Последняя буква согласная)  $\rightarrow \neg$ (Третья буква согласная)?

- 1) ДМИТРИЙ      2) АНТОН      3) ЕКАТЕРИНА      4) АНАТОЛИЙ

25) Для какого имени истинно высказывание:

Первая буква гласная  $\wedge$  Четвертая буква согласная  $\vee$  В слове четыре буквы?

- 1) Сергей      2) Вадим      3) Антон      4) Илья

26) Для какого числа  $X$  истинно высказывание

$((X < 4) \rightarrow (X < 3)) \wedge ((X < 3) \rightarrow (X < 1))$

- 1) 1      2) 2      3) 3      4) 4

27) Для какого имени истинно высказывание:

$\neg$  (Первая буква согласная  $\rightarrow$  Вторая буква согласная)  $\wedge$  Последняя буква согласная?

- 1) ИРИНА      2) МАКСИМ      3) СТЕПАН      4) МАРИЯ

28) Для какого имени истинно высказывание:

$\neg$  (Первая буква согласная  $\rightarrow$  Последняя буква согласная)  $\wedge$  Вторая буква согласная?

- 1) ИРИНА      2) СТЕПАН      3) КСЕНИЯ      4) МАРИЯ

29) Для какого имени истинно высказывание:

(Первая буква согласная  $\rightarrow$  Вторая буква согласная)  $\wedge$  Последняя буква гласная?

- 1) КСЕНИЯ      2) МАКСИМ      3) СТЕПАН      4) МАРИЯ

30) Для какого имени истинно высказывание:

$\neg$  (Последняя буква гласная  $\rightarrow$  Первая буква согласная)  $\wedge$  Вторая буква согласная?

- 1) ИРИНА      2) АРТЁМ      3) СТЕПАН      4) МАРИЯ

31) Для какого слова истинно высказывание:

$\neg$  (Первая буква согласная  $\rightarrow$  (Вторая буква согласная  $\vee$  Последняя буква гласная)))?

- 1) ГОРЕ      2) ПРИВЕТ      3) КРЕСЛО      4) ЗАКОН

32) Для какого имени истинно высказывание:

(Первая буква согласная  $\rightarrow$  Вторая буква гласная)  $\wedge$  Последняя буква согласная?

- 1) АЛИСА      2) МАКСИМ      3) СТЕПАН      4) ЕЛЕНА

33) Для какого имени истинно высказывание:

(Вторая буква гласная  $\rightarrow$  Первая буква гласная)  $\wedge$  Последняя буква согласная?

- 1) АЛИСА      2) МАКСИМ      3) СТЕПАН      4) ЕЛЕНА

34) Для какого названия реки ложно высказывание:

(Вторая буква гласная  $\rightarrow$  Предпоследняя буква согласная)  $\wedge$  Первая буква стоит в алфавите раньше третьей?

- 1) ДУНАЙ      2) МОСКВА      3) ДВИНА      4) ВОЛГА

35) Для каких значений X и Y истинно высказывание:

$(Y+1 > X) \vee (Y+X < 0) \wedge (X > 1)$ ?

- 1)  $X = 0,5$ ;  $Y = -1,1$       2)  $X = 1,1$ ;  $Y = -4$   
3)  $X = -1$ ;  $Y = -4$       4)  $X = -1/10$ ;  $Y = -1,1$

36) Для какого слова истинно высказывание:

(Вторая буква согласная  $\vee$  Последняя буква гласная)  $\rightarrow$  Первая буква гласная?

- 1) ГОРЕ      2) ПРИВЕТ      3) КРЕСЛО      4) ЗАКОН

37) Для какого имени истинно высказывание:

Первая буква согласная  $\wedge$  ( $\neg$  Вторая буква согласная  $\rightarrow$  Четвертая буква гласная)?

- 1) ИВАН      2) ПЕТР      3) ПАВЕЛ      4) ЕЛЕНА

38) Для какого названия станции метро истинно высказывание:

(Первая буква согласная  $\rightarrow$  Вторая буква согласная)  $\sim$  Название содержит букву «л»?

Знаком  $\sim$  обозначается операция эквивалентности (результат  $X \sim Y$  – истина, если значения X и Y совпадают).

- 1) Маяковская    2) Отрадное      3) Волжская      4) Комсомольская

39) Для какого названия города истинно высказывание:

(Первая буква гласная  $\wedge$  Последняя буква гласная)  $\sim$  Название содержит букву «м»?

Знаком  $\sim$  обозначается операция эквивалентности (результат  $X \sim Y$  – истина, если значения X и Y совпадают).

- 1) Москва      2) Дюссельдорф    3) Амстердам      4) Атланта

40) Для какого имени истинно высказывание:

(Первая буква согласная  $\vee$  Вторая буква гласная)  $\rightarrow$  В слове 4 буквы?

- 1) МИХАИЛ      2) ГРИГОРИЙ      3) ЕВГЕНИЙ      4) ИОЛАНТА

41) Для какого числа X истинно высказывание  $((X < 5) \rightarrow (X < 3)) \wedge ((X < 2) \rightarrow (X > 1))$

- 1) 1      2) 2      3) 3      4) 4

- 42) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [5, 15]$  и  $Q = [12, 18]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[3, 11]$       2)  $[2, 21]$       3)  $[10, 17]$       4)  $[15, 20]$

- 43) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [5, 10]$  и  $Q = [15, 18]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[3, 11]$       2)  $[6, 10]$       3)  $[8, 16]$       4)  $[17, 23]$

- 44) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [25, 30]$  и  $Q = [15, 20]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[10, 15]$       2)  $[12, 30]$       3)  $[20, 25]$       4)  $[26, 28]$

- 45) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [2, 20]$  и  $Q = [15, 30]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \notin A) \rightarrow (x \notin P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[0, 15]$       2)  $[3, 20]$       3)  $[10, 25]$       4)  $[25, 40]$

- 46) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 25]$  и  $Q = [0, 12]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \notin A) \rightarrow (x \notin P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[10, 15]$       2)  $[20, 35]$       3)  $[5, 20]$       4)  $[12, 40]$

- 47) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 20]$  и  $Q = [12, 15]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \notin A) \rightarrow (x \notin P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[10, 15]$       2)  $[20, 35]$       3)  $[5, 20]$       4)  $[12, 40]$

- 48) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 20]$  и  $Q = [5, 15]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee (x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[10, 15]$       2)  $[20, 35]$       3)  $[15, 22]$       4)  $[12, 18]$

- 49) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 20]$  и  $Q = [15, 25]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee (x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[8, 17]$       2)  $[10, 12]$       3)  $[15, 22]$       4)  $[12, 18]$

- 50) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [10, 40]$ ,  $Q = [5, 15]$  и  $R = [35, 50]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee ((x \in A) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[10, 20]$       2)  $[15, 25]$       3)  $[20, 30]$       4)  $[120, 130]$

- 51) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [0, 20]$ ,  $Q = [5, 15]$  и  $R = [35, 50]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee ((x \in A) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[-15, -5]$       2)  $[2, 7]$       3)  $[10, 17]$       4)  $[15, 20]$

- 52) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [15, 30]$ ,  $Q = [0, 10]$  и  $R = [25, 35]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee ((x \in A) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[10, 17]$       2)  $[15, 25]$       3)  $[20, 30]$       4)  $[35, 40]$

- 53) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [20, 50]$ ,  $Q = [15, 20]$  и  $R = [40, 80]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee ((x \in A) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[10, 25]$       2)  $[20, 30]$       3)  $[40, 50]$       4)  $[35, 45]$

- 54) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [10, 50]$ ,  $Q = [15, 20]$  и  $R = [30, 80]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee ((x \notin A) \rightarrow (x \notin R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[10, 25]$       2)  $[25, 50]$       3)  $[40, 60]$       4)  $[50, 80]$

- 55) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [0, 40]$ ,  $Q = [20, 45]$  и  $R = [10, 50]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee ((x \notin A) \rightarrow (x \notin R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[5, 20]$       2)  $[10, 15]$       3)  $[15, 20]$       4)  $[35, 50]$

- 56) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [5, 15]$  и  $Q = [10, 20]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$(x \in P) \wedge (x \notin Q) \wedge (x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[0, 7]$       2)  $[8, 15]$       3)  $[15, 20]$       4)  $[7, 20]$

- 57) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [12, 22]$  и  $Q = [7, 17]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$(x \notin P) \wedge (x \in Q) \wedge (x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[0, 5]$       2)  $[7, 12]$       3)  $[10, 20]$       4)  $[5, 22]$

- 58) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 20]$  и  $Q = [5, 15]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in Q) \rightarrow (x \in P)) \wedge (x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[0, 6]$       2)  $[5, 8]$       3)  $[7, 15]$       4)  $[12, 20]$

- 59) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [15, 30]$ ,  $Q = [5, 10]$  и  $R = [20, 25]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \wedge ((x \notin A) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[0, 20]$       2)  $[0, 10]$       3)  $[10, 15]$       4)  $[25, 30]$

- 60) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [15, 30]$ ,  $Q = [5, 10]$  и  $R = [10, 20]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \wedge (x \notin A) \wedge (x \in R)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[0, 12]$       2)  $[10, 17]$       3)  $[15, 20]$       4)  $[15, 30]$

- 61) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [10, 15]$ ,  $Q = [10, 20]$  и  $R = [5, 15]$ . Выберите такой интервал  $A$ , что формулы

$$(x \in A) \rightarrow (x \in P) \quad \text{и} \quad (x \in Q) \rightarrow (x \in R)$$

тождественно равны, то есть принимают равные значения при любом значении переменной  $x$  (за исключением, возможно, конечного числа точек).

- 1)  $[5, 12]$       2)  $[10, 17]$       3)  $[12, 20]$       4)  $[15, 25]$

- 62) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [5, 10]$ ,  $Q = [15, 20]$  и  $R = [25, 30]$ . Выберите такой интервал  $A$ , что формулы

$$(x \in A) \rightarrow (x \in P) \quad \text{и} \quad (x \in Q) \rightarrow (x \notin R)$$

тождественно равны, то есть принимают равные значения при любом значении переменной  $x$  (за исключением, возможно, конечного числа точек).

- 1)  $[5, 10]$       2)  $[15, 20]$       3)  $[10, 20]$       4)  $[15, 25]$

- 63) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [10, 25]$ ,  $Q = [15, 30]$  и  $R = [25, 35]$ . Выберите такой интервал  $A$ , что формулы

$$(x \notin A) \rightarrow (x \notin P) \quad \text{и} \quad (x \in Q) \rightarrow (x \in R)$$

тождественно равны, то есть принимают равные значения при любом значении переменной  $x$  (за исключением, возможно, конечного числа точек).

- 1)  $(10, 12)$       2)  $(0, 10)$       3)  $(5, 15)$       4)  $(15, 25)$

- 64) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [10, 30]$ ,  $Q = [15, 30]$  и  $R = [20, 35]$ . Выберите такой интервал  $A$ , что формулы

$$(x \notin A) \rightarrow (x \notin P) \quad \text{и} \quad (x \in Q) \rightarrow (x \notin R)$$

тождественно равны, то есть принимают равные значения при любом значении переменной  $x$  (за исключением, возможно, конечного числа точек).

- 1)  $(10, 25)$       2)  $(15, 20)$       3)  $(15, 30)$       4)  $(5, 20)$

- 65) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [5, 15]$ ,  $Q = [10, 20]$  и  $R = [15, 20]$ . Выберите такой интервал  $A$ , что формулы

$$(x \in A) \rightarrow (x \in P) \quad \text{и} \quad (x \notin Q) \rightarrow (x \notin R)$$

тождественно равны, то есть принимают равные значения при любом значении переменной  $x$  (за исключением, возможно, конечного числа точек).

- 1)  $[3, 10]$       2)  $[7, 12]$       3)  $[12, 17]$       4)  $[22, 25]$

- 66) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [5, 25]$ ,  $Q = [5, 15]$  и  $R = [10, 20]$ . Выберите такой интервал  $A$ , что формулы

$$(x \notin A) \rightarrow (x \notin P) \quad \text{и} \quad (x \notin Q) \rightarrow (x \in R)$$

тождественно различны, то есть принимают разные значения при любом значении переменной  $x$  (за исключением, возможно, конечного числа точек).

- 1)  $(5, 12)$       2)  $(10, 18)$       3)  $(18, 25)$       4)  $(20, 35)$

- 67) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [3, 9]$  и  $Q = [4, 12]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[0, 5]$       2)  $[5, 10]$       3)  $[10, 15]$       4)  $[15, 20]$

- 68) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [4, 16]$  и  $Q = [9, 18]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[1, 11]$       2)  $[3, 10]$       3)  $[5, 15]$       4)  $[15, 25]$

- 69) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [3, 13]$  и  $Q = [7, 17]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee \neg(x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[5, 20]$       2)  $[10, 25]$       3)  $[15, 30]$       4)  $[20, 35]$

- 70) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [5, 15]$  и  $Q = [11, 21]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee \neg(x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[2, 22]$       2)  $[3, 13]$       3)  $[6, 16]$       4)  $[17, 27]$

- 71) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [30, 45]$  и  $Q = [40, 55]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что обе приведённые ниже формулы истинны при любом значении переменной  $x$ :

$$(\neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P)$$

$$(x \in Q) \rightarrow (x \in A)$$

Если таких отрезков несколько, укажите тот, который имеет большую длину.

- 1)  $[25, 50]$       2)  $[25, 65]$       3)  $[35, 50]$       4)  $[35, 85]$

- 72) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [41, 61]$  и  $Q = [11, 91]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \wedge ((x \in A) \rightarrow (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ . Если таких отрезков несколько, укажите тот, который имеет большую длину.

- 1)  $[7, 43]$       2)  $[7, 73]$       3)  $[37, 53]$       4)  $[37, 63]$

- 73) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [32, 52]$  и  $Q = [12, 72]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \wedge ((x \in A) \rightarrow (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ . Если таких отрезков несколько, укажите тот, который имеет большую длину.

- 1)  $[7, 53]$       2)  $[7, 33]$       3)  $[27, 53]$       4)  $[27, 33]$

- 74) (<http://ege.yandex.ru>) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 30]$  и  $Q = [20, 40]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \equiv (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ . Если таких отрезков несколько, укажите тот, который имеет большую длину.

- 1)  $[10, 19]$       2)  $[21, 29]$       3)  $[31, 39]$       4)  $[9, 41]$

- 75) (<http://ege-go.ru>) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [54, 84]$  и  $Q = [64, 94]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \equiv (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ . Если таких отрезков несколько, укажите тот, который имеет большую длину.

- 1)  $[25, 40]$       2)  $[45, 61]$       3)  $[65, 82]$       4)  $[75, 83]$

- 76) (<http://ege-go.ru>) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [34, 64]$  и  $Q = [74, 94]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \equiv (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ . Если таких отрезков несколько, укажите тот, который имеет большую длину.

- 1)  $[5, 33]$       2)  $[25, 42]$       3)  $[45, 71]$       4)  $[65, 90]$

- 77) (<http://ege-go.ru>) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [34, 84]$  и  $Q = [44, 94]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \rightarrow (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ . Если таких отрезков несколько, укажите тот, который имеет большую длину.

- 1)  $[45, 60]$       2)  $[65, 81]$       3)  $[85, 102]$       4)  $[105, 123]$

- 78) (<http://ege-go.ru>) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [6, 16]$  и  $Q = [30, 50]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in Q)) \vee (x \in P)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ . Какова наибольшая возможная длина отрезка  $A$ ?

- 79) (<http://ege-go.ru>) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 40]$  и  $Q = [30, 50]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула

$$( (x \in A) \rightarrow (x \in Q) ) \vee (x \in P)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ . Какова наибольшая возможная длина отрезка  $A$ ?

- 80) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [2, 42]$  и  $Q = [22, 62]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$(x \notin A) \rightarrow ( (x \in P) \rightarrow (x \notin Q) )$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[3, 14]$       2)  $[23, 32]$       3)  $[43, 54]$       4)  $[15, 45]$

- 81) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [2, 42]$  и  $Q = [22, 62]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \notin Q)) \rightarrow (x \notin A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[3, 14]$       2)  $[23, 32]$       3)  $[43, 54]$       4)  $[15, 45]$

- 82) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [3, 33]$  и  $Q = [22, 44]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$(x \in Q) \rightarrow ( (x \in P) \rightarrow (x \in A) )$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[2, 20]$       2)  $[10, 25]$       3)  $[20, 40]$       4)  $[25, 30]$

- 83) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [3, 33]$  и  $Q = [22, 44]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$(x \in P) \rightarrow ( (x \in Q) \rightarrow (x \in A) )$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[31, 45]$       2)  $[21, 35]$       3)  $[11, 25]$       4)  $[1, 15]$

- 84) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [23, 58]$  и  $Q = [10, 39]$ . Выберите из предложенных вариантов такой отрезок  $A$ , что логическое выражение

$$((x \in P) \wedge (x \in A)) \rightarrow ((x \in Q) \wedge (x \in A))$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[5, 20]$       2)  $[20, 40]$       3)  $[40, 55]$       4)  $[5, 55]$

- 85) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [20, 70]$  и  $Q = [5, 32]$ . Выберите из предложенных вариантов такой отрезок  $A$ , что логическое выражение

$$((x \in P) \wedge (x \in A)) \rightarrow ((x \in Q) \wedge (x \in A))$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[15, 35]$       2)  $[20, 40]$       3)  $[40, 65]$       4)  $[75, 88]$

- 86) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [23, 58]$  и  $Q = [1, 39]$ . Выберите из предложенных вариантов такой отрезок  $A$ , что логическое выражение

$$((x \in P) \wedge (x \in A)) \rightarrow ((x \in Q) \wedge (x \in A))$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 1)  $[5, 30]$       2)  $[15, 40]$       3)  $[25, 50]$       4)  $[35, 60]$

- 87) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [8, 39]$  и  $Q = [23, 58]$ . Выберите из предложенных вариантов такой отрезок  $A$ , что логическое выражение

$$((x \in P) \wedge (x \in A)) \rightarrow ((x \in Q) \wedge (x \in A))$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

1) [5, 30]      2) [15, 40]      3) [20, 50]      4) [35, 60]

- 88) Элементами множества  $A$  являются натуральные числа. Известно, что выражение  $(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}) \rightarrow (((x \in \{3, 6, 9, 12, 15\}) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}))$  истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .  
Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества  $A$ .
- 89) Элементами множества  $A$  являются натуральные числа. Известно, что выражение  $\neg(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}) \vee (\neg(x \in \{3, 6, 9, 12, 15\}) \rightarrow (x \in A))$  истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .  
Определите наименьшее возможное значение произведения элементов множества  $A$ .
- 90) Элементами множества  $A$  являются натуральные числа. Известно, что выражение  $\neg(x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}) \vee (\neg(x \in \{3, 6, 9, 12, 15\}) \rightarrow (x \in A))$  истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .  
Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества  $A$ .
- 91) Элементами множества  $A$  являются натуральные числа. Известно, что выражение  $((x \in \{3, 5, 7, 11, 12, 15\}) \rightarrow (x \in \{5, 6, 12, 15\})) \vee (x \in A)$  истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .  
Определите наименьшее возможное значение произведения элементов множества  $A$ .
- 92) Элементами множества  $A$  являются натуральные числа. Известно, что выражение  $((x \in \{1, 3, 5, 7, 9, 12\}) \rightarrow (x \in \{3, 6, 9, 12\})) \vee (x \in A)$  истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .  
Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества  $A$ .
- 93) Элементами множества  $A$  являются натуральные числа. Известно, что выражение  $(x \in \{2, 4, 8, 12, 15\}) \rightarrow ((x \in \{3, 6, 8, 15\}) \vee (x \in A))$  истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .  
Определите наименьшее возможное значение произведения элементов множества  $A$ .
- 94) Элементами множества  $A$  являются натуральные числа. Известно, что выражение  $((x \in \{3, 5, 7, 11, 12\}) \rightarrow \neg(x \in \{5, 6, 12, 15\})) \vee (x \in A)$  истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .  
Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества  $A$ .
- 95) Элементами множества  $A$  являются натуральные числа. Известно, что выражение  $((x \in \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}) \rightarrow \neg(x \in \{3, 6, 9, 12\})) \vee (x \in A)$  истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .  
Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества  $A$ .
- 96) Элементами множества  $A$  являются натуральные числа. Известно, что выражение  $(x \in \{2, 4, 8, 12, 15\}) \rightarrow (\neg(x \in \{3, 6, 8, 15\}) \vee (x \in A))$  истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .  
Определите наименьшее возможное значение произведения элементов множества  $A$ .
- 97) Элементами множества  $A$  являются натуральные числа. Известно, что выражение  $\neg(x \in \{1, 2, 4, 8, 16\}) \wedge \neg(x \in \{3, 4, 9, 16\}) \vee (x \in A)$  истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .  
Определите наименьшее возможное количество элементов множества  $A$ .
- 98) Элементами множества  $A$  являются натуральные числа. Известно, что выражение  $\neg(x \in \{2, 4, 8, 12, 16\}) \wedge \neg(x \in \{3, 6, 7, 15\}) \vee \neg(x \in \{3, 6, 7, 15\}) \vee (x \in A)$  истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .  
Определите наименьшее возможное количество элементов множества  $A$ .
- 99) Элементами множества  $A$  являются натуральные числа. Известно, что выражение  $\neg(x \in A) \rightarrow (\neg(x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}) \wedge (x \in \{3, 5, 15\})) \vee \neg(x \in \{3, 5, 15\})$  истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .  
Определите наименьшее возможное количество элементов множества  $A$ .
- 100) Элементами множества  $A$  являются натуральные числа. Известно, что выражение  $\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in \{1, 3, 7\}) \vee (\neg(x \in \{1, 2, 4, 5, 6\}) \wedge (x \in \{1, 3, 7\}))$  истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .

Определите наименьшее возможное количество элементов множества А.

- 101) Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow (\neg(x \in \{1, 2, 3, 4\}) \vee \neg(x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .

Определите наименьшее возможное количество элементов множества А.

- 102) Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow (\neg(x \in \{1, 12\}) \wedge \neg(x \in \{12, 13, 14, 15, 16\}))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .

Определите наименьшее возможное количество элементов множества А.

- 103) Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow ((x \in \{1, 2, 4, 8\}) \vee (x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .

Определите наименьшее возможное количество элементов множества А.

- 104) Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$\neg(\neg(x \in A) \wedge (x \in \{3, 6, 9, 12\})) \vee \neg(x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\})$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .

Определите наименьшее возможное количество элементов множества А.

- 105) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [44; 49]$  и  $Q = [28; 53]$ . Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка А, что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 106) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [43; 49]$  и  $Q = [44; 53]$ . Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка А, что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 107) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [12; 26]$  и  $Q = [30; 53]$ . Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка А, что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 108) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [15; 39]$  и  $Q = [44; 57]$ . Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка А, что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 109) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [5; 30]$  и  $Q = [14; 23]$ . Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка А, что формула

$$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 110) Элементами множеств А, Р и Q являются натуральные числа, причём  $P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$  и  $Q = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$ . Известно, что выражение

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \wedge ((x \in Q) \rightarrow \neg(x \in A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .

Определите наибольшее возможное количество элементов множества А.

- 111) Элементами множеств А, Р и Q являются натуральные числа, причём  $P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$  и  $Q = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$ . Известно, что выражение

$$((x \in A) \rightarrow \neg(x \in P)) \wedge (\neg(x \in Q) \rightarrow \neg(x \in A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .

Определите наибольшее возможное количество элементов множества А.

- 112) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [25, 50]$  и  $Q = [32, 47]$ . Отрезок А таков, что формула

$$(\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in P)) \rightarrow ((x \in A) \rightarrow (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ . Какова наибольшая возможная длина отрезка А?

- 113) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [25, 37]$  и  $Q = [32, 47]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула

$$((x \in A) \wedge \neg(x \in P)) \rightarrow (\neg(x \in P) \wedge (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ . Какова наибольшая возможная длина отрезка  $A$ ?

- 114) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [25, 37]$  и  $Q = [32, 50]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула

$$((x \in A) \wedge \neg(x \in Q)) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ . Какова наибольшая возможная длина отрезка  $A$ ?

- 115) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [15, 33]$  и  $Q = [35, 48]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула

$$((x \in A) \wedge \neg(x \in Q)) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ . Какова наибольшая возможная длина отрезка  $A$ ?

- 116) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [15, 33]$  и  $Q = [45, 68]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула

$$((x \in A) \wedge \neg(x \in Q)) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ . Какова наибольшая возможная длина отрезка  $A$ ?

- 117) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [8; 12]$  и  $Q = [4; 30]$ . Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 118) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [3; 15]$  и  $Q = [14; 25]$ . Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 119) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [25; 51]$  и  $Q = [12; 37]$ . Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 120) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула

$$(\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 6)) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 3)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 121) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула

$$(\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 21)) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 14)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 122) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула

$$(\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 15)) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, 18) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 15))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 123) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула

$$\text{ДЕЛ}(x, 18) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 12))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 124) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула  

$$\text{ДЕЛ}(x, 18) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 54) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, A))$$
тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 125) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула  

$$(\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 6)) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 3)$$
тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 126) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула  

$$(\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 21)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, 14)$$
тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 127) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого **наименьшего** натурального числа  $A$  формула  

$$(\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 15)) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 18) \vee \text{ДЕЛ}(x, 15))$$
тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 128) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула  

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, 18) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 12))$$
тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 129) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого **наименьшего** натурального числа  $A$  формула  

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, 18) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, 21) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, A))$$
тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 130) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого **наименьшего** натурального числа  $A$  формула  

$$(\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 16)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, 23)$$
тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 131) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого **наименьшего** натурального числа  $A$  формула  

$$(\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 12)) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 42) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 12))$$
тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 132) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула  

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, 24) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 36))$$
тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 133) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула  

$$(\text{ДЕЛ}(x, 40) \vee \text{ДЕЛ}(x, 64)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, A)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 134) Элементами множеств  $A$ ,  $P$  и  $Q$  являются натуральные числа, причём  $P = \{ 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 \}$  и  $Q = \{ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50 \}$ . Известно, что выражение

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (\neg(x \in Q) \rightarrow \neg(x \in A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .

Определите наибольшее возможное количество элементов множества  $A$ .

- 135) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 14) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 21))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 136) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(\neg \text{ДЕЛ}(x, 19) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 15)) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, A)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 137) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, 34) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 51))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 138) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, 28) \vee \text{ДЕЛ}(x, 42))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 139) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 21)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, 18)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 140) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 36)) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 12)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 141) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 50)) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, 18) \vee \text{ДЕЛ}(x, 50))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 142) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 16)) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, 16) \vee \text{ДЕЛ}(x, 24))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 143) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 45) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 15)) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, A)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 144) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 24) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 16)) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, A)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 145) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 34) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 51)) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \vee \text{ДЕЛ}(x, 51))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 146) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 15) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 21)) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 15))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 147) (Е.В. Хламов) Пусть  $P$  – множество всех 8-битовых цепочек, начинающихся с 11,  $Q$  – множество всех 8-битовых цепочек, оканчивающихся на 0, а  $A$  – некоторое множество произвольных 8-битовых цепочек. Сколько элементов содержит минимальное множество  $A$ , при котором для любой 8-битовой цепочки  $x$  истинно выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow (\neg(x \in P) \vee (x \in Q))$$

- 148) (Е.В. Хламов) Пусть  $P$  – множество всех 8-битовых цепочек, начинающихся с 11,  $Q$  – множество всех 8-битовых цепочек, оканчивающихся на 0, а  $A$  – некоторое множество произвольных 8-битовых цепочек. Сколько элементов содержит минимальное множество  $A$ , при котором для любой 8-битовой цепочки  $x$  истинно выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \vee \neg(x \in Q))$$

- 149) (Е.В. Хламов) Пусть  $P$  – множество всех 8-битовых цепочек, начинающихся с 11,  $Q$  – множество всех 8-битовых цепочек, оканчивающихся на 0, а  $A$  – некоторое множество произвольных 8-битовых цепочек. Сколько элементов содержит минимальное множество  $A$ , при котором для любой 8-битовой цепочки  $x$  истинно выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow (\neg(x \in P) \wedge \neg(x \in Q))$$

- 150) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(X \& 56 \neq 0) \Leftrightarrow ((X \& 48 = 0) \Leftrightarrow (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?

- 151) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(X \& 35 \neq 0) \Leftrightarrow ((X \& 31 = 0) \Leftrightarrow (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?

- 152) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(X \& 76 \neq 0) \Leftrightarrow ((X \& 10 = 0) \Leftrightarrow (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?

- 153) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(X \& 102 \neq 0) \Leftrightarrow ((X \& 36 = 0) \Leftrightarrow (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?

- 154) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение  
 $(X \& 94 \neq 0) \Leftrightarrow ((X \& 21 = 0) \Leftrightarrow (X \& A \neq 0))$   
 тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?
- 155) Определите наибольшее натуральное число  $A$ , такое что выражение  
 $(X \& A \neq 0) \Leftrightarrow ((X \& 56 = 0) \Leftrightarrow (X \& 20 \neq 0))$   
 тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?
- 156) Определите наибольшее натуральное число  $A$ , такое что выражение  
 $(X \& A \neq 0) \Leftrightarrow ((X \& 30 = 0) \Leftrightarrow (X \& 20 \neq 0))$   
 тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?
- 157) Определите наибольшее натуральное число  $A$ , такое что выражение  
 $(X \& A \neq 0) \Leftrightarrow ((X \& 44 = 0) \Leftrightarrow (X \& 76 \neq 0))$   
 тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?
- 158) Определите наибольшее натуральное число  $A$ , такое что выражение  
 $(X \& A \neq 0) \Leftrightarrow ((X \& 29 = 0) \Leftrightarrow (X \& 86 \neq 0))$   
 тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?
- 159) Определите наибольшее натуральное число  $A$ , такое что выражение  
 $(X \& A \neq 0) \Leftrightarrow ((X \& 14 = 0) \Leftrightarrow (X \& 75 \neq 0))$   
 тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?
- 160) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение  
 $(X \& 25 \neq 0) \Leftrightarrow ((X \& 17 = 0) \Leftrightarrow (X \& A \neq 0))$   
 тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?
- 161) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение  
 $(X \& 29 \neq 0) \Leftrightarrow ((X \& 17 = 0) \Leftrightarrow (X \& A \neq 0))$   
 тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?
- 162) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение  
 $(X \& 29 \neq 0) \Leftrightarrow ((X \& 9 = 0) \Leftrightarrow (X \& A \neq 0))$   
 тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?
- 163) **(М.В. Кузнецова)** Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение  
 $((X \& 13 \neq 0) \wedge (X \& 39 \neq 0)) \Leftrightarrow ((X \& A \neq 0) \wedge (X \& 13 \neq 0))$   
 тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?
- 164) **(М.В. Кузнецова)** Определите наибольшее натуральное число  $A$ , такое что выражение  
 $((X \& 13 \neq 0) \vee (X \& 39 = 0)) \Leftrightarrow (X \& 13 \neq 0) \vee ((X \& A = 0) \wedge (X \& 13 = 0))$   
 тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?
- 165) **(М.В. Кузнецова)** Определите наибольшее натуральное число  $A$ , такое что выражение  
 $((X \& 13 \neq 0) \vee (X \& A \neq 0)) \Leftrightarrow (X \& 13 \neq 0) \vee ((X \& A \neq 0) \wedge (X \& 39 = 0))$   
 тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?
- 166) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$((X \& 13 \neq 0) \vee (X \& A = 0)) \Leftrightarrow (X \& 13 \neq 0) \vee (X \& A \neq 0) \vee (X \& 39 = 0)$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?

- 167) Элементами множеств  $A$ ,  $P$ ,  $Q$  являются натуральные числа, причём  $P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$ ,  $Q = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$ . Известно, что выражение

$$((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \Leftrightarrow (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ . Определите наименьшее возможное количество элементов в множестве  $A$ .

- 168) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$((x \& 28 \neq 0) \vee (x \& 45 \neq 0)) \rightarrow ((x \& 17 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 169) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$((x \& 20 \neq 0) \vee (x \& 55 \neq 0)) \rightarrow ((x \& 7 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 170) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$((x \& 26 \neq 0) \vee (x \& 13 \neq 0)) \rightarrow ((x \& 24 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 171) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$((x \& 26 \neq 0) \vee (x \& 13 \neq 0)) \rightarrow ((x \& 29 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 172) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$((x \& 26 \neq 0) \vee (x \& 13 \neq 0)) \rightarrow ((x \& 5 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 173) Определите наибольшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$((x \& 26 = 0) \vee (x \& 13 = 0)) \rightarrow ((x \& 78 \neq 0) \rightarrow (x \& A = 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 174) Определите наибольшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$((x \& 28 = 0) \vee (x \& 22 = 0)) \rightarrow ((x \& 56 \neq 0) \rightarrow (x \& A = 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 175) Определите наибольшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$((x \& 30 = 0) \vee (x \& 43 = 0)) \rightarrow ((x \& 19 \neq 0) \rightarrow (x \& A = 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 176) Определите наибольшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$((x \& 46 = 0) \vee (x \& 18 = 0)) \rightarrow ((x \& 115 \neq 0) \rightarrow (x \& A = 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 177) Определите наибольшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$((x \& 38 = 0) \vee (x \& 57 = 0)) \rightarrow ((x \& 11 \neq 0) \rightarrow (x \& A = 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 178) (А.Г. Гильдин, Уфа) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(x \& 19 = 0) \wedge (x \& 38 \neq 0) \vee ((x \& 43 = 0) \rightarrow ((x \& A = 0) \wedge (x \& 43 = 0)))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 179) (А.Г. Гильдин, Уфа) Определите наибольшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(x \& 19 = 0) \wedge (x \& 38 \neq 0) \vee ((x \& 43 = 0) \rightarrow ((x \& A = 0) \wedge (x \& 43 = 0)))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 180) Определите наибольшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(x \& A \neq 0) \rightarrow ((x \& 17 = 0) \wedge (x \& 5 = 0)) \rightarrow (x \& 3 \neq 0)$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 181) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(x \& 21 = 0) \vee ((x \& 11 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 182) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(x \& 39 = 0) \vee ((x \& 42 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 183) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(x \& 43 = 0) \vee ((x \& 49 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 184) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(x \& 30 = 0) \vee ((x \& 57 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 185) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(x \& 43 = 0) \vee ((x \& 50 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 186) (А. Гильдин, Уфа) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(x \& 55 = 0) \vee (x \& 10 \neq 0) \vee (x \& A \neq 0)$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 187) (А. Гильдин, Уфа) Определите наибольшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(x \& 10 \neq 0) \vee (x \& 39 = 0) \wedge (x \& 149 = 0) \vee (x \& A = 0)$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 188) (А. Гильдин, Уфа) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(x \& 10 \neq 0) \vee (x \& 39 = 0) \wedge (x \& 149 = 0) \vee (x \& A = 0)$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 189) (А. Гильдин, Уфа) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(x \& 51 \neq 0) \rightarrow (x \& A \neq 0) \vee ((x \& 11 \neq 0) \vee (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 190) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [12, 24]$  и  $Q = [18, 30]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула

$$(x \notin A) \rightarrow ((x \in P) \rightarrow (x \notin Q))$$

истинна при любом значении переменной  $x$ . Какое наименьшее количество точек, соответствующих нечётным целым числам, может содержать отрезок  $A$ ?

- 191) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 18]$  и  $Q = [8, 30]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула
- $$(x \notin A) \rightarrow ((x \in P) \rightarrow (x \notin Q))$$

истинна при любом значении переменной  $x$ . Какое наименьшее количество точек, соответствующих нечётным целым числам, может содержать отрезок  $A$ ?

- 192) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [12, 23]$  и  $Q = [8, 30]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула
- $$((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow (x \in A)$$

истинна при любом значении переменной  $x$ . Какое наименьшее количество точек, соответствующих чётным целым числам, может содержать отрезок  $A$ ?

- 193) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [15, 30]$  и  $Q = [8, 25]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула
- $$((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow (x \in A)$$

истинна при любом значении переменной  $x$ . Какое наименьшее количество точек, соответствующих чётным целым числам, может содержать отрезок  $A$ ?

- 194) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [12, 28]$  и  $Q = [8, 16]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула
- $$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \wedge (x \notin Q))$$

истинна при любом значении переменной  $x$ . Какое наибольшее количество точек, соответствующих нечётным целым числам, может содержать отрезок  $A$ ?

- 195) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 25]$  и  $Q = [8, 18]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула
- $$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \wedge (x \notin Q))$$

истинна при любом значении переменной  $x$ . Какое наибольшее количество точек, соответствующих нечётным целым числам, может содержать отрезок  $A$ ?

- 196) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [21, 25]$  и  $Q = [8, 35]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула
- $$((x \in P) \vee (x \notin Q)) \rightarrow (x \notin A)$$

истинна при любом значении переменной  $x$ . Какое наибольшее количество точек, соответствующих чётным целым числам, может содержать отрезок  $A$ ?

- 197) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [21, 35]$  и  $Q = [8, 25]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула
- $$((x \notin P) \vee (x \in Q)) \rightarrow (x \notin A)$$

истинна при любом значении переменной  $x$ . Какое наибольшее количество точек, соответствующих чётным целым числам, может содержать отрезок  $A$ ?

- 198) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [12, 28]$  и  $Q = [15, 30]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула
- $$((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \wedge ((x \notin Q) \vee (x \in A))$$

истинна при любом значении переменной  $x$ . Определите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ .

- 199) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [22, 35]$  и  $Q = [15, 30]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула
- $$((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \wedge ((x \notin Q) \vee (x \in A))$$

истинна при любом значении переменной  $x$ . Определите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ .

- 200) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [8, 16]$  и  $Q = [25, 40]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула
- $$((x \in P) \vee (x \in Q)) \rightarrow (x \in A)$$

истинна при любом значении переменной  $x$ . Определите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ .

- 201) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [0, 10]$  и  $Q = [25, 50]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула
- $$(x \notin A) \rightarrow ((x \notin P) \wedge (x \notin Q))$$

истинна при любом значении переменной  $x$ . Определите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ .

- 202) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [7, 15]$  и  $Q = [12, 25]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула
- $$((x \notin P) \vee (x \in A)) \wedge ((x \notin Q) \vee (x \in A))$$

- истинна при любом значении переменной  $x$ . Какое наименьшее количество точек, соответствующих чётным целым числам, может содержать отрезок  $A$ ?
- 203) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [8, 11]$  и  $Q = [15, 22]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула  $((x \notin P) \vee (x \in A)) \wedge ((x \notin A) \rightarrow (x \notin Q))$  истинна при любом значении переменной  $x$ . Какое наименьшее количество точек, соответствующих нечётным целым числам, может содержать отрезок  $A$ ?
- 204) (С.С. Поляков, Саратов) Определите **наименьшее** натуральное число  $A$  из интервала  $[50, 120]$  такое, что выражение  $(x \& A = 0) \rightarrow ((x \& 31 \neq 0) \rightarrow (x \& 35 \neq 0))$  тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 205) (С.С. Поляков, Саратов) Определите **наибольшее** натуральное число  $A$  из интервала  $[50, 120]$  такое, что выражение  $(x \& A = 0) \rightarrow ((x \& 31 \neq 0) \rightarrow (x \& 35 \neq 0))$  тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 206) (С.С. Поляков, Саратов) Определите **количество** натуральных чисел  $A$  таких, что выражение  $((x \& 7 \neq 0) \rightarrow ((x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 54 \neq 0))) \rightarrow ((x \& 27 = 0) \wedge (x \& A \neq 0) \wedge (x \& 7 \neq 0))$  тождественно **ложно** (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 207) (С.С. Поляков, Саратов) Определите **наименьшее** натуральное число  $A$  такое, что выражение  $((x \& 7 \neq 0) \rightarrow ((x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 54 \neq 0))) \rightarrow ((x \& 27 = 0) \wedge (x \& A \neq 0) \wedge (x \& 7 \neq 0))$  тождественно **ложно** (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 208) (С.С. Поляков, Саратов) Определите **наименьшее** натуральное число  $A$  такое, что выражение  $((x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 62 \neq 0)) \rightarrow ((x \& 24 = 0) \wedge (x \& A \neq 0))$  тождественно **ложно** (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 209) (С.С. Поляков, Саратов) Определите **наименьшее** натуральное число  $A$  из интервала  $[43, 55]$  такое, что выражение  $((x \& 17 \neq 0) \rightarrow ((x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 58 \neq 0))) \rightarrow ((x \& 8 = 0) \wedge (x \& A \neq 0) \wedge (x \& 58 = 0))$  тождественно **ложно** (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 210) (С.С. Поляков, Саратов) Определите **наибольшее** натуральное число  $A$  из интервала  $[43, 55]$  такое, что выражение  $((x \& 17 \neq 0) \rightarrow ((x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 58 \neq 0))) \rightarrow ((x \& 8 = 0) \wedge (x \& A \neq 0) \wedge (x \& 58 = 0))$  тождественно **ложно** (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 211) (С.С. Поляков, Саратов) Определите **количество** натуральных чисел  $A$  таких, что выражение  $((x \& 17 \neq 0) \rightarrow ((x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 58 \neq 0))) \rightarrow ((x \& 8 = 0) \wedge (x \& A \neq 0) \wedge (x \& 58 = 0))$  тождественно **ложно** (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 212) (С.С. Поляков, Саратов) Определите **количество** натуральных чисел  $A$  из интервала  $[44, 62]$  таких, что выражение  $((x \& 56 \neq 0) \rightarrow (x \& 18 \neq 0)) \vee (x \& A \neq 0) \rightarrow ((x \& 18 = 0) \wedge (x \& A = 0) \wedge (x \& 43 \neq 0))$  тождественно **ложно** (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 213) (С.С. Поляков, Саратов) Определите **наименьшее** натуральное число  $A$  из интервала  $[50, 100]$  такое, что выражение

$((x \& 56 \neq 0) \rightarrow (x \& 18 \neq 0)) \vee (x \& A \neq 0) \rightarrow ((x \& 18 = 0) \wedge (x \& A = 0) \wedge (x \& 43 \neq 0))$   
тождественно **ложно** (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

214) (С.С. Поляков, Саратов)

Определите **наибольшее** натуральное число  $A$  из интервала  $[10, 50]$  такое, что выражение

$((x \& 56 \neq 0) \rightarrow (x \& 18 \neq 0)) \vee (x \& A \neq 0) \rightarrow ((x \& 18 = 0) \wedge (x \& A = 0) \wedge (x \& 43 \neq 0))$   
тождественно **ложно** (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

215) (С.С. Поляков, Саратов) Определите **количество** натуральных чисел  $A$  из интервала  $[80, 200]$  таких, что выражение

$$((x \& 56 \neq 0) \vee (x \& 43 \neq 0)) \rightarrow (x \& A \neq 0)$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

216) (С.С. Поляков, Саратов) Определите **наименьшее** натуральное число  $A$ , **большее 200**, такое, что выражение

$$((x \& 56 \neq 0) \vee (x \& 43 \neq 0)) \rightarrow (x \& A \neq 0)$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

217) (С.С. Поляков, Саратов) Определите натуральное число  $A$  из интервала  $[75, 125]$  такое, что выражение

$$((x \& 56 \neq 0) \vee (x \& 43 \neq 0)) \rightarrow (x \& A \neq 0)$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

218) (С.С. Поляков, Саратов) Определите **наименьшее** натуральное число  $R$  такое, что выражение

$$(((x \& 54 = 0) \vee (x \& 45 = 0)) \rightarrow (x \& A = 0)) \vee (x \& R = 0)$$

тождественно истинно **при любом натуральном  $A$**  (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$  и любым натуральным значением  $A$ )?

219) (С.С. Поляков, Саратов) Определите **наименьшее** натуральное число  $R$  из интервала  $[10, 50]$  такое, что выражение

$$(((x \& 54 = 0) \vee (x \& 45 = 0)) \rightarrow (x \& A = 0)) \vee (x \& R = 0)$$

тождественно истинно **при любом натуральном  $A$**  (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$  и любым натуральным значением  $A$ )?

220) (С.С. Поляков, Саратов) Определите **сколько всего существует натуральных чисел  $R$**  таких, что выражение

$$(((x \& 54 = 0) \vee (x \& 45 = 0)) \rightarrow (x \& A = 0)) \vee (x \& R = 0)$$

тождественно истинно **при любом натуральном  $A$**  (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$  и любым натуральным значением  $A$ )?

221) Определите **наименьшее** натуральное число  $A$ , при котором выражение

$$(x \& 25 \neq 1) \vee ((x \& 34 = 2) \rightarrow (x \& A = 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

222) Определите **наибольшее** натуральное число  $A$ , при котором выражение

$$(x \& 25 \neq 1) \vee ((x \& 34 = 2) \rightarrow (x \& A = 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

223) Определите **наименьшее** натуральное число  $A$ , при котором выражение

$$(x \& 30 \neq 4) \vee ((x \& 35 = 1) \rightarrow (x \& A = 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 224) Определите **наибольшее** натуральное число  $A$ , при котором выражение  

$$(x \& 30 \neq 4) \vee ((x \& 35 = 1) \rightarrow (x \& A = 0))$$
тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 225) Определите **наименьшее** натуральное число  $A$ , при котором выражение  

$$((x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 39 = 7)) \vee (x \& 30 \neq 6)$$
тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 226) Определите **наибольшее** натуральное число  $A$ , при котором выражение  

$$((x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 39 = 7)) \vee (x \& 30 \neq 6)$$
тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 227) Определите **наименьшее** натуральное число  $A$ , при котором выражение  

$$((x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 55 = 33)) \vee (x \& 112 \neq 16)$$
тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 228) Определите **наибольшее** натуральное число  $A$ , при котором выражение  

$$((x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 55 = 33)) \vee (x \& 112 \neq 16)$$
тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 229) Определите **наименьшее** натуральное число  $A$ , при котором выражение  

$$(x \& A = 0) \vee ((x \& 69 = 4) \rightarrow (x \& 118 = 6))$$
тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 230) Определите **наибольшее** натуральное число  $A$ , при котором выражение  

$$(x \& A = 0) \vee ((x \& 69 = 4) \rightarrow (x \& 118 = 6))$$
тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 231) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [130, 171]$  и  $Q = [150, 185]$ . Укажите наименьшую возможную длину отрезка  $A$  такого, что формула  

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge (x \notin A)) \rightarrow (x \notin P))$$
истинна при любом значении переменной  $x$ .
- 232) (Д.В. Богданов) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула  

$$(\neg \text{ДЕЛ}(x, 5940) \wedge \text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 6300)) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 5940) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, A))$$
тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 233) Определите **наименьшее** натуральное число  $A$ , при котором выражение  

$$(x \& A = 0) \wedge (x \& 41 \neq 0) \wedge (x \& 33 = 0)$$
тождественно ложно (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 234) Определите **наименьшее** натуральное число  $A$ , при котором выражение  

$$(x \& A = 0) \wedge (x \& 58 \neq 0) \wedge (x \& 22 = 0)$$
тождественно ложно (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 235) Определите **наибольшее** натуральное число  $A$ , при котором выражение  

$$(x \& A \neq 0) \wedge (x \& 41 = 0) \wedge (x \& 37 = 0)$$
тождественно ложно (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

236) Определите **наибольшее** натуральное число  $A$ , при котором выражение

$$(x \& A \neq 0) \wedge (x \& 58 = 0) \wedge (x \& 22 = 0)$$

тождественно ложно (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

237) На числовой прямой даны два отрезка:  $D = [133; 177]$  и  $B = [144; 190]$ . Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$(x \in D) \rightarrow ((\neg(x \in B) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in D))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

238) На числовой прямой даны два отрезка:  $D = [155; 177]$  и  $B = [111; 160]$ . Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$(x \in D) \rightarrow ((\neg(x \in B) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in D))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

239) На числовой прямой даны два отрезка:  $D = [155; 177]$  и  $B = [111; 130]$ . Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$(x \in D) \rightarrow ((\neg(x \in B) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in D))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

240) Для какого наибольшего целого числа  $A$  формула

$$((x \leq 9) \rightarrow (x \cdot x \leq A)) \wedge ((y \cdot y \leq A) \rightarrow (y \leq 10))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

241) Для какого наибольшего целого числа  $A$  формула

$$((x \leq 5) \rightarrow (x \cdot x \leq A)) \wedge ((y \cdot y \leq A) \rightarrow (y < 7))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

242) Для какого наибольшего целого числа  $A$  формула

$$((x \leq 11) \rightarrow (x \cdot x \leq A)) \wedge ((y \cdot y < A) \rightarrow (y \leq 12))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

243) Для какого наибольшего целого числа  $A$  формула

$$((y \cdot y \leq A) \rightarrow (y \leq 15)) \wedge ((x \leq 3) \rightarrow (x \cdot x < A))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

244) Для какого наибольшего целого числа  $A$  формула

$$((y \cdot y < A) \rightarrow (y < 16)) \wedge ((x \leq 13) \rightarrow (x \cdot x < A))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

245) Для какого наименьшего целого числа  $A$  формула

$$((y \cdot y \leq A) \rightarrow (y \leq 10)) \wedge ((x \leq 9) \rightarrow (x \cdot x < A))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

246) Для какого наименьшего целого числа  $A$  формула

$$((x < 5) \rightarrow (x \cdot x \leq A)) \wedge ((y \cdot y \leq A) \rightarrow (y \leq 7))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

247) Для какого наименьшего целого числа  $A$  формула

$$( (y \cdot y \leq A) \rightarrow (y < 12) ) \wedge ( (x < 11) \rightarrow (x \cdot x < A) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

248) Для какого наименьшего целого числа  $A$  формула

$$( (x < 3) \rightarrow (x \cdot x \leq A) ) \wedge ( (y \cdot y < A) \rightarrow (y < 15) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

249) Для какого наименьшего целого числа  $A$  формула

$$( (y \cdot y < A) \rightarrow (y \leq 14) ) \wedge ( (x \leq 13) \rightarrow (x \cdot x < A) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

250) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$( (x \leq 9) \rightarrow (x \cdot x \leq A) ) \wedge ( (y \cdot y \leq A) \rightarrow (y < 10) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

251) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$( (y \cdot y < A) \rightarrow (y \leq 8) ) \wedge ( (x \leq 5) \rightarrow (x \cdot x \leq A) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

252) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$( (x < 10) \rightarrow (x \cdot x < A) ) \wedge ( (y \cdot y \leq A) \rightarrow (y < 12) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

253) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$( (x < 3) \rightarrow (x \cdot x \leq A) ) \wedge ( (y \cdot y < A) \rightarrow (y < 6) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

254) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$( (x \leq 10) \rightarrow (x \cdot x < A) ) \wedge ( (y \cdot y \leq A) \rightarrow (y < 15) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

255) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$( (x \geq 15) \rightarrow (x \cdot x > A) ) \wedge ( (y \cdot y \geq A) \rightarrow (y > 11) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

256) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$( (x > 14) \rightarrow (x \cdot x > A) ) \wedge ( (y \cdot y > A) \rightarrow (y \geq 11) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

257) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$( (x > 8) \rightarrow (x \cdot x + 3 \cdot x \geq A) ) \wedge ( (y \cdot y + 5 \cdot y > A) \rightarrow (y \geq 4) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

258) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$( (x \geq 11) \rightarrow (x \cdot x + 2 \cdot x > A) ) \wedge ( (y \cdot y + 3 \cdot y \geq A) \rightarrow (y > 8) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

259) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$(x \geq 12) \wedge (x \cdot x + 6 \cdot x < A) \vee (y \cdot y + 4 \cdot y \geq A) \wedge (y \leq 4)$$

тождественно ложна (то есть принимает значение 0 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

260) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$(x > 11) \wedge (x \cdot x + 3 \cdot x \leq A) \vee (y \cdot y + 5 \cdot y > A) \wedge (y < 6)$$

тождественно ложна (то есть принимает значение 0 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

261) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$( (x \leq A) \rightarrow (x \cdot x < 81) ) \wedge ( (y \cdot y \leq 49) \rightarrow (y \leq A) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

262) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$( (y \cdot y < 16) \rightarrow (y \leq A) ) \wedge ( (x \leq A) \rightarrow (x \cdot x \leq 100) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

263) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$( (y \cdot y < 30) \rightarrow (y < A) ) \wedge ( (x \leq A) \rightarrow (x \cdot x < 150) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

264) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$( (x < A) \rightarrow (x \cdot x \leq 169) ) \wedge ( (y \cdot y < 16) \rightarrow (y \leq A) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

265) (М.В. Кузнецова) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$((x < 8) \wedge (x \cdot x \geq A)) \vee ((y \cdot y \leq A) \wedge (y > 8))$$

тождественно ложна (то есть принимает значение 0 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

266) (М.В. Кузнецова) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$( (x > 6) \wedge (x \cdot x \leq A) ) \vee ((y \cdot y \geq A) \wedge (y < 5))$$

тождественно ложна (то есть принимает значение 0 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

267) (М.В. Кузнецова) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$( (x < A) \wedge (x \cdot x > 10) ) \vee ((y \cdot y < 10) \wedge (y > A))$$

тождественно ложна (то есть принимает значение 0 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

268) (М.В. Кузнецова) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$((x > A) \wedge (x \cdot x < 19)) \vee ((y \cdot y > 91) \wedge (y < A))$$

тождественно ложна (то есть принимает значение 0 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

269) (М.В. Кузнецова) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$( (x < A) \wedge (x \cdot x \geq 120) ) \vee ( (y \cdot y \leq 20) \wedge (y > A) )$$

тождественно ложна (то есть принимает значение 0 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

- 270) (М.В. Кузнецова) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$\neg ((x > 10) \vee (x \cdot x < A)) \vee \neg ((y \cdot y \geq A) \vee (y \leq 10))$$

тождественно ложна (то есть принимает значение 0 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

- 271) (М.В. Кузнецова) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$\neg (((x \geq 7) \vee (x \cdot x < A)) \wedge ((y \cdot y > A) \vee (y \leq 7)))$$

тождественно ложна (то есть принимает значение 0 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

- 272) (М.В. Кузнецова) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$\neg ((x \geq A) \vee (x \cdot x < 100)) \vee ((y \cdot y \leq 10) \wedge (y > A))$$

тождественно ложна (то есть принимает значение 0 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

- 273) (М.В. Кузнецова) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$(((x+5) \cdot (x-6) < 0) \wedge (x \cdot x \geq A)) \vee ((y \cdot y \leq A) \wedge ((y+5) \cdot (y-6) > 0))$$

тождественно ложна (то есть принимает значение 0 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

- 274) (М.В. Кузнецова) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$(((x-10) \cdot (x+1) \leq 0) \wedge (x \cdot x > A)) \vee ((y \cdot y \leq A) \wedge ((y-10) \cdot (y+1) > 0))$$

тождественно ложна (то есть принимает значение 0 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

- 275) Известно, что для некоторого отрезка  $A$  формула

$$( (x \in A) \rightarrow (x^2 \leq 25) ) \wedge ( (x^2 \leq 16) \rightarrow (x \in A) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при всех вещественных значениях переменной  $x$ ). Какую наименьшую длину может иметь отрезок  $A$ ?

- 276) Известно, что для некоторого отрезка  $A$  формула

$$( (x \in A) \rightarrow (x^2 \leq 150) ) \wedge ( (x^2 \leq 64) \rightarrow (x \in A) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при всех вещественных значениях переменной  $x$ ). Какую наименьшую длину может иметь отрезок  $A$ ?

- 277) Известно, что для некоторого отрезка  $A$  формула

$$( (x \in A) \rightarrow (x^2 \leq 100) ) \wedge ( (x^2 \leq 16) \rightarrow (x \in A) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при всех вещественных значениях переменной  $x$ ). Какую наибольшую длину может иметь отрезок  $A$ ?

- 278) Известно, что для некоторого отрезка  $A$  формула

$$( (x \in A) \rightarrow (x^2 \leq 81) ) \wedge ( (x^2 \leq 64) \rightarrow (x \in A) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при всех вещественных значениях переменной  $x$ ). Какую наибольшую длину может иметь отрезок  $A$ ?

- 279) Известно, что для некоторого отрезка  $A$  формула

$$( (x \in A) \rightarrow (x^2 \leq 64) ) \wedge ( (x^2 - 48 \leq 2x) \rightarrow (x \in A) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при всех вещественных значениях переменной  $x$ ). Какую наименьшую длину может иметь отрезок  $A$ ?

- 280) Известно, что для некоторого отрезка  $A$  формула

$$( (x \in A) \rightarrow (x^2 \leq 144) ) \wedge ( (x^2 - 10x \leq 11) \rightarrow (x \in A) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при всех вещественных значениях переменной  $x$ ). Какую наименьшую длину может иметь отрезок  $A$ ?

281) Известно, что для некоторого отрезка  $A$  формула

$$( (x \in A) \rightarrow (x^2 - 16x \leq 57) ) \wedge ( (x^2 - 21 \leq 4x) \rightarrow (x \in A) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при всех вещественных значениях переменной  $x$ ). Какую наибольшую длину может иметь отрезок  $A$ ?

282) Известно, что для некоторого отрезка  $A$  формула

$$( (x \in A) \rightarrow (x^2 + 10x \leq 144) ) \wedge ( (x^2 + 6x \leq 112) \rightarrow (x \in A) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при всех вещественных значениях переменной  $x$ ). Какую наибольшую длину может иметь отрезок  $A$ ?

283) На числовой прямой даны отрезки  $A = [80; 90]$ ,  $B = [30; 50]$  и  $C = [10; N]$  и функция

$$F(x) = ( \neg (x \in A) \rightarrow (x \in B) ) \wedge ( \neg (x \in C) \rightarrow (x \in A) )$$

При каком наименьшем числе  $N$  функция  $F(x)$  истинна более чем для 25 целых чисел  $x$ ?

284) На числовой прямой даны отрезки  $A = [60; 90]$ ,  $B = [30; 50]$  и  $C = [35; N]$  и функция

$$F(x) = ( \neg (x \in A) \rightarrow (x \in B) ) \wedge ( \neg (x \in C) \rightarrow (x \in A) )$$

При каком наименьшем числе  $N$  функция  $F(x)$  истинна более чем для 35 целых чисел  $x$ ?

285) На числовой прямой даны отрезки  $A = [30; 62]$ ,  $B = [25; 38]$  и  $C = [40; N]$  и функция

$$F(x) = ( \neg (x \in B) \rightarrow \neg (x \in A) ) \wedge ( \neg (x \in C) \rightarrow (x \in B) )$$

При каком наименьшем числе  $N$  функция  $F(x)$  истинна более чем для 20 целых чисел  $x$ ?

286) На числовой прямой даны отрезки  $A = [27; 54]$ ,  $B = [32; 46]$  и  $C = [N; 70]$  и функция

$$F(x) = ( \neg (x \in B) \rightarrow \neg (x \in A) ) \wedge ( \neg (x \in C) \rightarrow (x \in B) )$$

При каком наибольшем числе  $N$  функция  $F(x)$  истинна более чем для 25 целых чисел  $x$ ?

287) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(y + 3x < A) \vee (x > 20) \vee (y > 40)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

288) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(2y + 3x < A) \vee (x + y > 40)$$

истинно для любых целых неотрицательных значений  $x$  и  $y$ .

289) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(2y + 5x < A) \vee (x + y > 80)$$

истинно для любых целых неотрицательных значений  $x$  и  $y$ .

290) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(2y + 4x < A) \vee (x + 2y > 80)$$

истинно для любых целых неотрицательных значений  $x$  и  $y$ .

291) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(y + 5x < A) \vee (3x + 2y > 81)$$

истинно для любых целых неотрицательных значений  $x$  и  $y$ .

292) (**Досрочный ЕГЭ-2018**) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(y + 2x < A) \vee (x > 20) \vee (y > 40)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

293) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(7y + x < A) \vee (2x + 3y > 98)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 294) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(y + 4x < A) \vee (x + 3y > 100) \vee (5x + 2y > 152)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 295) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(y + 4x < A) \vee (x + 4y > 120) \vee (5x - 2y > 50)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 296) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(2y + 5x < A) \vee (2x + 4y > 100) \vee (3x - 2y > 70)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 297) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(3y + x < A) \vee (3x + 2y > 80) \vee (3x - 4y > 90)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 298) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(2y - x < A) \vee (x + 2y > 50) \vee (2x + y < 40)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 299) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(y - x < A) \vee (7x + 4y > 350) \vee (3y - 2x > 45)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 300) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(y - x > A) \vee (x + 4y > 40) \vee (y - 2x < -35)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 301) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(5y - x > A) \vee (2x + 3y < 90) \vee (y - 2x < -50)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 302) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(5y + 4x > A) \vee (2x + 3y < 92) \vee (y - 2x < -150)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 303) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(3y - x > A) \vee (2x + 3y < 30) \vee (2y - x < -31)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 304) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(4y - x > A) \vee (x + 6y < 210) \vee (3y - 2x < 30)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 305) (Р.С. Соложенцева) На числовой прямой даны отрезки  $A = [30; 50]$ ,  $B = [40; 46]$  и  $C = [N; 61]$  и функция

$$F(x) = (\neg (x \in B) \rightarrow \neg (x \in A)) \wedge (\neg (x \in C) \rightarrow (x \in B))$$

При каком наибольшем числе  $N$  функция  $F(x)$  истинна более чем для 25 целых чисел  $x$ ?

- 306) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(y + 4x \neq 120) \vee (x > A) \vee (y > A)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 307) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(y + 3x \neq 60) \vee (x > A) \vee (y > A)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 308) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$+(y + 3x \neq 60) \vee (2x > A) \vee (y > A)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 309) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(y + 5x \neq 80) \vee (3x > A) \vee (y > A)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 310) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(4y + 3x \neq 65) \vee (x > A) \vee (3y > A)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 311) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(5y + 3x \neq 110) \vee (x > A) \vee (2y > A)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 312) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(3y + 2x \neq 130) \vee (3x > A) \vee (2y > A)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 313) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(5y + 7x \neq 129) \vee (3x > A) \vee (4y > A)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 314) Укажите **наименьшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(x \geq 10) \vee (x < y) \vee (xy < A)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 315) Укажите **наименьшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(x \geq 7) \vee (2x < y) \vee (xy < A)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 316) Укажите **наименьшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(x \geq 13) \vee (x < 3y) \vee (xy < A)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 317) Укажите **наименьшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(x \geq 19) \vee (x < 5y) \vee (xy < 2A)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 318) (С.С. Поляков) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(5x + 2y \neq 51) \vee (A < x) \vee (A < 3y)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 319) (С.С. Поляков) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(y + 2x \neq 77) \vee (A < 5x) \vee (A < y)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 320) (С.С. Поляков) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(2y + 4x \neq 100) \vee (A < 9x) \vee (A < 3y)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 321) (С.С. Поляков) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(5y + 3x \neq 54) \vee (A < 2x + 3) \vee (A < 4y - 5)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 322) (С.С. Поляков) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(y + 7x \neq 498) \vee (A < x + 18) \vee (A < 6y - 3)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 323) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(y - x \neq 10) \vee (A < x) \vee (A < y)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 324) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(y - x + 10 \neq 0) \vee (A < 3x) \vee (A < y)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 325) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(y - 2x + 29 \neq 0) \vee (A < x) \vee (A < 3y)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 326) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(3y - 9x + 51 \neq 0) \vee (A < 6x) \vee (A < 3y)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 327) (С.С. Поляков) Для какого наибольшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение

$$(48 \neq y + 2x + z) \vee (A < x) \vee (A < y) \vee (A < z)$$

истинно при любых целых неотрицательных  $x, y, z$ ?

- 328) (С.С. Поляков) Для какого наибольшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение

$$(220 \neq y + 2x + z) \vee (A < 6x) \vee (A < y) \vee (A < 2z)$$

истинно при любых целых неотрицательных  $x, y, z$ ?

- 329) (С.С. Поляков) Для какого наибольшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение

$$(x + 3y + 2z - 54 \neq 0) \vee (A < x + 10) \vee (A < 5y - 4x) \vee (A < z + x)$$

истинно при любых целых неотрицательных  $x, y, z$ ?

- 330) (С.С. Поляков) Для какого наибольшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение

$$(80 \neq 5y + 2x + 4z) \vee (A < 6x) \vee (A < y) \vee (A < 3z)$$

истинно при любых целых неотрицательных  $x, y, z$ ?

- 331) (С.С. Поляков) Для какого наибольшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение

$$(156 \neq 4y + x^2 + 3z) \vee (A < 8x^2) \vee (A < y) \vee (A < 4z)$$

истинно при любых целых неотрицательных  $x, y, z$ ?

- 332) (С.С. Поляков) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(3y - 4x - 29 \neq 0) \vee (A < 2x^2 + 5) \vee (A < y^2 - 1)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 333) (С.С. Поляков) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(21y - 5x \neq -99) \vee (A < 2x - 7) \vee (A < y^2 + 16)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 334) (С.С. Поляков) Укажите наибольшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(17y - 13x \neq 480) \vee (A < (x+5)^2) \vee (A < 19y)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 335) (С.С. Поляков) Укажите наибольшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(y - x^2 \neq -80) \vee (A < 13x - 14) \vee (A < y^2 + 15)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 336) (С.С. Поляков) Укажите наибольшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(y - x^2 \neq 80) \vee (A < 13x - 14) \vee (A < y^2 + 15)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 337) Укажите **наименьшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(2y + x \neq 17) \vee (A > 7x) \wedge (A > 3y)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 338) Укажите **наименьшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(3y + x \neq 22) \vee (A > 5x - 8) \wedge (A > 2y + 3)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 339) Укажите **наименьшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(2y + 3x \neq 23) \vee (A > 2x + 3) \wedge (A > 3y + 11)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 340) Укажите **наименьшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(2y + 5x \neq 17) \vee (A > 2x + 3y) \wedge (A > 4y + x + 1)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 341) Укажите **наименьшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(6x + 4y \neq 34) \vee (A > 5x + 3y) \wedge (A > 4y + 15x - 35)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 342) (Д. Ф. Муфаззалов) Укажите **наименьшее натуральное** значение  $A$ , при котором выражение

$$(x > 40) \vee (5y - 3x > 150) \vee (A \geq (x - 20)^2 + (y - 20)^2)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 343) (Д. Ф. Муфаззалов) Укажите **наименьшее натуральное** значение  $A$ , при котором выражение

$$(50 > x) \wedge (144 \geq 4y - 3x) \wedge (A^2 < (x - 25)^2 + (y - 25)^2)$$

ложно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

- 344) Укажите **наименьшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(5x + 3y \neq 60) \vee ((A > x) \wedge (A > y))$$

истинно для любых целых неотрицательных значений  $x$  и  $y$ .

- 345) Укажите **наименьшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(2x + 3y \neq 72) \vee ((A > x) \wedge (A > y))$$

истинно для любых целых неотрицательных значений  $x$  и  $y$ .

- 346) (С.С. Поляков, Саратов) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(7k + 2n > 17) \vee ((k < A) \wedge (n \leq A))$$

тождественно истинно при любых целых положительных  $k$  и  $n$ ?

- 347) (С.С. Поляков, Саратов) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(3t + 8m > 89) \vee ((m < A) \wedge (t \leq A))$$

тождественно истинно при любых целых положительных  $t$  и  $m$ ?

- 348) (С.С. Поляков, Саратов) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(5k + 9m > 121) \vee ((k - 13 \leq A) \wedge (m + 12 < A))$$

тождественно истинно при любых целых положительных  $k$  и  $m$ ?

- 349) (С.С. Поляков, Саратов) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(k + 9m > 121) \vee ((k - 13 \leq A) \wedge (m + 12 < A))$$

тождественно истинно при любых целых неотрицательных  $k$  и  $m$ ?

- 350) (С.С. Поляков, Саратов) Укажите наибольшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(k + m > 12) \vee ((k - 10 > A) \wedge (m + 10 > A))$$

тождественно истинно при любых целых неотрицательных  $k$  и  $m$ ?

- 351) (С.С. Поляков, Саратов) Укажите наибольшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(k + m > 10) \vee ((k + m > A) \wedge (k - m > A))$$

тождественно истинно при любых целых неотрицательных  $k$  и  $m$ ?

- 352) (А.М. Кабанов, Тольятти) Укажите наибольшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(5y + 2x = 65) \rightarrow ((2x \leq A) \rightarrow (3y > A))$$

тождественно истинно при любых целых положительных  $x$  и  $y$ ?

- 353) (А.М. Кабанов, Тольятти) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(x < 9) \rightarrow ((5y < x) \rightarrow (2xy < A))$$

тождественно истинно при любых целых положительных  $x$  и  $y$ ?

- 354) (А.М. Кабанов, Тольятти) Для скольких целых положительных значений  $A$  выражение

$$(2x + 3y \neq 13) \vee (2y + 3x \neq 12) \vee ((x^2 + 3x - 1 < A) \wedge (2y^2 - 4y + 20 > A))$$

тождественно истинно при любых целых положительных  $x$  и  $y$ ?

- 355) (А.М. Кабанов, Тольятти) Для скольких целых положительных значений  $A$  выражение

$$(-5x + y \neq -7) \vee (x^2 - y \neq 1) \vee ((x + 3y > A) \wedge (y - x \leq A))$$

тождественно истинно при любых целых положительных  $x$  и  $y$ ?

- 356) (А.М. Кабанов, Тольятти) Для какого целого положительного значения  $A$  выражение

$$((y \geq -4x + 12) \wedge (y \geq 4x - 12)) \equiv (y \geq A|x - 3|)$$

тождественно истинно при любых целых положительных  $x$  и  $y$ ?

- 357) (А.М. Кабанов, Тольятти) Для какого целого положительного значения  $A$  выражение

$$((y \leq 5x - 14) \wedge (y \leq -5x + A)) \equiv (y - 6 \leq -5|x - 4|)$$

тождественно истинно при любых целых положительных  $x$  и  $y$ ?

- 358) (А.М. Кабанов, Тольятти) Для какого целого положительного значения  $A$  выражение

$$(y \leq |x^2 - 4x - 5|) \equiv ((y \leq x^2 - 4x - 5) \vee (y \leq -(x - 2)^2 + A))$$

тождественно истинно при любых целых неотрицательных  $x$  и  $y$ ?

- 359) (А.М. Кабанов, Тольятти) Для какого целого положительного значения  $A$  выражение

$$(y \leq (4 + |x + 8| + |x - 8|)) \equiv ((y \leq 2x + 4) \vee (y \leq A))$$

тождественно истинно при любых целых неотрицательных  $x$  и  $y$ ?

- 360) (А.М. Кабанов, Тольятти) Найдите целые положительные значения  $A$  и  $B$ , при которых выражение

$$(y \leq ((x - 4)^2 + 2 + |(x - 2)^2 - 16|)) \equiv ((y \leq 2x^2 - 12x + A) \vee (y \leq -4x + B))$$

тождественно истинно при любых целых неотрицательных  $x$  и  $y$ . В ответе запишите их сумму.

- 361) (А. Богданов) Для какого наибольшего целого числа  $A$  выражение

$$(A < x) \vee (A < y) \vee (A < 101 - x - y)$$

тождественно истинно при любых целых  $x$  и  $y$ ?

- 362) (А.Н. Носкин) Сколько существует различных комбинаций натуральных значений  $x$  и  $y$ , при которых истинно выражение

$$\neg((x > 1) \wedge ((x + y) \geq 6)) \vee (y \geq 5)$$

- 363) (А.Н. Носкин) Сколько существует различных комбинаций неотрицательных целых значений  $x$  и  $y$ , при которых истинно выражение

$$\neg((x > 6) \wedge ((x + y) \geq 5)) \vee (y \geq 5)$$

- 364) (А.Н. Носкин) Сколько существует различных комбинаций неотрицательных целых значений  $x$  и  $y$ , при которых истинно выражение

$$\neg((x > 5) \vee ((x + y) \geq 4) \vee (y \geq 5))$$

- 365) (А.М. Кабанов) Для какого наименьшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение

$$(x > 7) \vee (y > 4) \vee (x^2 + 3y < A)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых неотрицательных  $x$  и  $y$ ?

- 366) (А.М. Кабанов) Для какого наименьшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение

$$(x > 4) \vee (x + 2 < y) \vee (x^2 + y^2 < A)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых неотрицательных  $x$  и  $y$ ?

- 367) (А.М. Кабанов) Для какого наименьшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение

$$(x^2 - 3x + 2 > 0) \vee (y > x^2 + 7) \vee (xy < A)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых неотрицательных  $x$  и  $y$ ?

- 368) (А.М. Кабанов) Для какого наименьшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение

$$(x^2 - 10x + 16 > 0) \vee (y^2 - 10y + 21 > 0) \vee (xy < 2A)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых неотрицательных  $x$  и  $y$ ?

- 369) (А.М. Кабанов) Для какого наибольшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение

$$(x^2 - 11x + 28 > 0) \vee (y^2 - 9y + 14 > 0) \vee (x^2 + y^2 > A)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых неотрицательных  $x$  и  $y$ ?

- 370) Для какого наименьшего целого числа  $A$  выражение

$$((x - 20 < A) \wedge (20 - x < A)) \vee (x \cdot y > 50)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных  $x$  и  $y$ ?

- 371) Для какого наименьшего целого числа  $A$  выражение

$$((y - 40 < A) \wedge (30 - y < A)) \vee (x \cdot y > 20)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных  $x$  и  $y$ ?

- 372) Для какого наименьшего целого числа  $A$  выражение

$$((y - 20 < A) \wedge (10 - x < A)) \vee (x \cdot (y + 2) > 48)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных  $x$  и  $y$ ?

- 373) Для какого наименьшего целого числа  $A$  выражение

$$((x - 30 < A) \wedge (15 - y < A)) \vee (x \cdot (y + 3) > 60)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных  $x$  и  $y$ ?

- 374) Для какого наименьшего целого числа  $A$  выражение

$$((x - 20 < A) \wedge (10 - y < A)) \vee ((x + 4) \cdot y > 45)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных  $x$  и  $y$ ?

- 375) (А. Минак) Для какого наименьшего целого числа  $A$  выражение

$$(x \cdot y > A) \wedge (x > y) \wedge (x < 8)$$

тождественно ложно, т.е. принимает значение 0 при любых целых положительных  $x$  и  $y$ ?

- 376) (С.А. Скопинцева) Элементами множества  $A$  являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$\neg((x \in \{2, 4, 9, 10, 15\}) \equiv (x \in A)) \rightarrow ((x \in \{3, 8, 9, 10, 20\}) \equiv (x \in A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ . Определите наименьшее возможное значение произведения элементов множества  $A$ .

- 377) (В.Н. Шубинкин) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула  $((\text{ДЕЛ}(x, 12) \vee \text{ДЕЛ}(x, 36)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, A)) \wedge (A^2 - A - 90 < 0)$  тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 378) (В.Н. Шубинкин) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула  $\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge (A < 10) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 44) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 99) \wedge (A < 10)$  тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 379) (В.Н. Шубинкин) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула  $((\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 180)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, 130)) \wedge (A < 100)$  тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 380) (В.Н. Шубинкин) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула  $((\text{ДЕЛ}(x, 36) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 42)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, A)) \wedge (A \cdot (A - 25) < 25 \cdot (A + 200))$  тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 381) (В.Н. Шубинкин) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула  $(\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \vee \text{ДЕЛ}(x, 36) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 126)) \wedge (A > 1000)$  тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 382) (В.Н. Шубинкин) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула  $(\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, 54) \vee \text{ДЕЛ}(x, 130)) \wedge (A > 60)$  тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 383) (В.Н. Шубинкин) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула  $(\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, 54) \vee \text{ДЕЛ}(x, 130)) \wedge (A > 110)$  тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 384) (В.Н. Шубинкин) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула  $((\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 375)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, 100)) \wedge (A > 10)$  тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 385) (В.Н. Шубинкин) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула  $((\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 45)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, 162)) \wedge (A > 200)$  тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 
- 80
<http://kpolyakov.spb.ru>

- 398) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула  

$$\text{ДЕЛ}(70, A) \wedge (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 35) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 63)))$$
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном  $x$ ?
- 399) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула  

$$\text{ДЕЛ}(144, A) \wedge (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 18) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 24)))$$
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном  $x$ ?
- 400) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула  

$$\text{ДЕЛ}(120, A) \wedge (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 36) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 15)))$$
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном  $x$ ?
- 401) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула  

$$\text{ДЕЛ}(70, A) \wedge (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 18) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 42)))$$
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном  $x$ ?
- 402) (Е. Джобс) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула  

$$(\text{ДЕЛ}(x, A - 21) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 40 - A)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, 90)$$
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном  $x$ ?
- 403) (Е. Джобс) Для какого наименьшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение  

$$(x - 2y < 3A) \vee (2y > x) \vee (3x > 50)$$
тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных  $x$  и  $y$ ?
- 404) (Е. Джобс) Для какого наименьшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение  

$$(75 \neq 2x + 3y) \vee (A > 3x) \vee (A > 2y)$$
тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных  $x, y$ ?
- 405) (Е. Джобс) Для какого наименьшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение  

$$(5x - 6y < A) \vee (x - y > 30)$$
тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных  $x, y$ ?
- 406) (Е. Джобс) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула  

$$(\neg \text{ДЕЛ}(x, 84) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 90)) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, A)$$
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном  $x$ ?
- 407) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула  

$$\text{ДЕЛ}(A, 35) \wedge (\text{ДЕЛ}(730, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(110, x)))$$
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном  $x$ ?
- 408) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула  

$$\text{ДЕЛ}(A, 12) \wedge (\text{ДЕЛ}(530, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(170, x)))$$
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном  $x$ ?
- 409) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула  

$$\text{ДЕЛ}(A, 7) \wedge (\text{ДЕЛ}(240, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(780, x)))$$
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном  $x$ ?
- 410) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула  

$$\text{ДЕЛ}(A, 3) \wedge (\text{ДЕЛ}(220, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(550, x)))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном  $x$ ?

- 411) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 9) \wedge (\text{ДЕЛ}(280, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(730, x)))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном  $x$ ?

- 412) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Сколько существует натуральных значений  $A$  на отрезке  $[1; 1000]$ , при которых формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 35) \wedge (\text{ДЕЛ}(730, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(110, x)))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном  $x$ ?

- 413) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Сколько существует натуральных значений  $A$  на отрезке  $[1; 1000]$ , при которых формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 12) \wedge (\text{ДЕЛ}(530, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(170, x)))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном  $x$ ?

- 414) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Сколько существует натуральных значений  $A$  на отрезке  $[1; 1000]$ , при которых формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 7) \wedge (\text{ДЕЛ}(240, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(780, x)))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном  $x$ ?

- 415) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Сколько существует натуральных значений  $A$  на отрезке  $[1; 1000]$ , при которых формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 3) \wedge (\text{ДЕЛ}(220, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(550, x)))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном  $x$ ?

- 416) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Сколько существует натуральных значений  $A$  на отрезке  $[1; 1000]$ , при которых формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 9) \wedge (\text{ДЕЛ}(280, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(730, x)))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном  $x$ ?

- 417) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(X \& 87 = 0) \Leftrightarrow ((X \& 31 \neq 0) \Leftrightarrow (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?

- 418) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(X \& 107 = 0) \Leftrightarrow ((X \& 55 \neq 0) \Leftrightarrow (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?

- 419) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(X \& 41 = 0) \Leftrightarrow ((X \& 119 \neq 0) \Leftrightarrow (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?

- 420) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(X \& 53 = 0) \Leftrightarrow ((X \& 19 \neq 0) \Leftrightarrow (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?

- 421) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(X \& 13 = 0) \Leftrightarrow ((X \& 40 \neq 0) \Leftrightarrow (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 422) (А. Богданов) На числовой прямой дан отрезок  $Q = [29; 47]$ . Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(\neg \text{ДЕЛ}(x, 3) \wedge x \notin \{48, 52, 56\}) \rightarrow ((|x - 50| \leq 7) \rightarrow (x \in Q)) \vee (x \wedge A = 0)$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 423) (Е. Джобс) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Сколько существует целых положительных значений  $A$ , таких что выражение

$$\text{ДЕЛ}(A, 5) \wedge (\neg \text{ДЕЛ}(2020, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 1718) \rightarrow \text{ДЕЛ}(2023, A)))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 424) (Е. Джобс) Обозначим через  $\text{div}(n, m)$  результат целочисленного деления натурального числа  $n$  на натуральное число  $m$ . Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(\text{div}(x, 50) > 3) \vee \neg(\text{div}(x, 13) > 3) \vee (\text{div}(x, A) > 6)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 425) (С. Скопинцева) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула

$$\neg (\text{ДЕЛ}(x, 16) \equiv \text{ДЕЛ}(x, 24)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, A)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 426) (А. Богданов) Для какого наибольшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение

$$(2y + x \neq 70) \vee (x < y) \vee (A < x)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных  $x$  и  $y$ ?

- 427) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [5, 15]$  и  $Q = [12, 18]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 428) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [5, 20]$  и  $Q = [25, 38]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 429) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [15, 20]$  и  $Q = [5, 38]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 430) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 20]$  и  $Q = [15, 28]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in A) \wedge \neg(x \in P)) \rightarrow (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 431) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 20]$  и  $Q = [25, 36]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in A) \wedge \neg(x \in P)) \rightarrow (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 432) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 40]$  и  $Q = [25, 35]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in A) \wedge \neg(x \in P) \rightarrow (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 433) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [12, 26]$  и  $Q = [20, 35]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in A) \wedge \neg((x \in P) \vee (x \in Q))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 434) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [12, 26]$  и  $Q = [30, 35]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in A) \wedge \neg((x \in P) \vee (x \in Q))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 435) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [12, 46]$  и  $Q = [20, 30]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in A) \wedge \neg((x \in P) \vee (x \in Q))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 436) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [11, 28]$  и  $Q = [15, 35]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in A) \wedge \neg(\neg(x \in P) \rightarrow (x \in Q))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 437) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [11, 28]$  и  $Q = [35, 55]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in A) \wedge \neg(\neg(x \in P) \rightarrow (x \in Q))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 438) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [11, 28]$  и  $Q = [5, 55]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in A) \wedge \neg(\neg(x \in P) \rightarrow (x \in Q))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 439) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 22]$  и  $Q = [20, 36]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in P) \rightarrow (\neg(x \in Q) \vee (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 440) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 42]$  и  $Q = [20, 36]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in P) \rightarrow (\neg(x \in Q) \vee (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 441) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 22]$  и  $Q = [30, 36]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in P) \rightarrow (\neg(x \in Q) \vee (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 442) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 30]$  и  $Q = [22, 46]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow (x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 443) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 30]$  и  $Q = [12, 24]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow (x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 444) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 20]$  и  $Q = [32, 44]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow (x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 445) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 25]$  и  $Q = [20, 40]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in P) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 446) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 40]$  и  $Q = [20, 35]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in P) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 447) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 25]$  и  $Q = [28, 40]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in P) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 448) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 15]$  и  $Q = [14, 40]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$\neg(\neg(x \in P) \vee \neg(x \in Q)) \wedge \neg(x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 449) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 25]$  и  $Q = [14, 20]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$\neg(\neg(x \in P) \vee \neg(x \in Q)) \wedge \neg(x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 450) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 25]$  и  $Q = [34, 40]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$\neg(\neg(x \in P) \vee \neg(x \in Q)) \wedge \neg(x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 451) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 25]$  и  $Q = [14, 40]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$\neg(x \in A) \wedge \neg((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 452) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 15]$  и  $Q = [34, 40]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$\neg(x \in A) \wedge \neg((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 453) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 20]$  и  $Q = [4, 40]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$\neg(x \in A) \wedge \neg((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 454) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [25, 38]$  и  $Q = [29, 44]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in P) \wedge \neg(\neg(x \in Q) \vee (x \in A))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 455) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [25, 38]$  и  $Q = [39, 44]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in P) \wedge \neg(\neg(x \in Q) \vee (x \in A))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

456) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [25, 38]$  и  $Q = [9, 44]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in P) \wedge \neg (\neg(x \in Q) \vee (x \in A))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

457) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [20, 30]$  и  $Q = [10, 40]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$\neg ((x \in Q) \rightarrow (x \in A)) \wedge (x \in P)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

458) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [20, 30]$  и  $Q = [25, 40]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$\neg ((x \in Q) \rightarrow (x \in A)) \wedge (x \in P)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

459) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [20, 30]$  и  $Q = [35, 40]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$\neg ((x \in Q) \rightarrow (x \in A)) \wedge (x \in P)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

460) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [20, 30]$  и  $Q = [35, 60]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$\neg(x \in A) \wedge ((x \in P) \vee (x \in Q))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

461) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [20, 35]$  и  $Q = [30, 40]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$\neg(x \in A) \wedge ((x \in P) \vee (x \in Q))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

462) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [20, 50]$  и  $Q = [30, 40]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$\neg(x \in A) \wedge ((x \in P) \vee (x \in Q))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

463) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 50]$  и  $Q = [35, 45]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(\neg(x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \wedge \neg(x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

464) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 20]$  и  $Q = [35, 45]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(\neg(x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \wedge \neg(x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

465) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 35]$  и  $Q = [45, 78]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(\neg(x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \wedge \neg(x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

466) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 35]$  и  $Q = [45, 78]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \wedge \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

467) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 45]$  и  $Q = [30, 78]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \wedge \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 468) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 80]$  и  $Q = [30, 50]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \wedge \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 469) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [30, 50]$  и  $Q = [10, 80]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \wedge \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 470) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [15, 27]$  и  $Q = [30, 45]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(\neg(x \in P) \vee (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 471) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [15, 37]$  и  $Q = [30, 45]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(\neg(x \in P) \vee (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 472) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [15, 75]$  и  $Q = [10, 30]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(\neg(x \in P) \vee (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 473) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [15, 75]$  и  $Q = [30, 75]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(\neg(x \in P) \vee (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 474) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [15, 40]$  и  $Q = [35, 60]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(\neg(x \in Q) \vee (x \in P)) \wedge (x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 475) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [15, 30]$  и  $Q = [35, 60]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(\neg(x \in Q) \vee (x \in P)) \wedge (x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 476) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [15, 30]$  и  $Q = [5, 60]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(\neg(x \in Q) \vee (x \in P)) \wedge (x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 477) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [15, 60]$  и  $Q = [15, 30]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(\neg(x \in Q) \vee (x \in P)) \wedge (x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 478) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [20, 30]$  и  $Q = [5, 53]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in A) \wedge ((x \in Q) \rightarrow (x \in P))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 479) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [20, 30]$  и  $Q = [25, 57]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in A) \wedge ((x \in Q) \rightarrow (x \in P))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 480) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [20, 30]$  и  $Q = [35, 57]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in A) \wedge ((x \in Q) \rightarrow (x \in P))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 481) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [20, 80]$  и  $Q = [35, 57]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in A) \wedge ((x \in Q) \rightarrow (x \in P))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 482) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [10, 40]$ ,  $Q = [5, 15]$  и  $R = [35, 50]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 483) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [20, 30]$ ,  $Q = [5, 15]$  и  $R = [35, 50]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 484) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [80, 103]$ ,  $Q = [5, 15]$  и  $R = [35, 50]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 485) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [5, 100]$ ,  $Q = [15, 25]$  и  $R = [35, 50]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 486) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [5, 100]$ ,  $Q = [15, 25]$  и  $R = [35, 50]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 487) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [5, 20]$ ,  $Q = [15, 25]$  и  $R = [35, 50]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 488) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [5, 108]$ ,  $Q = [28, 40]$  и  $R = [16, 72]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 489) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [5, 110]$ ,  $Q = [15, 42]$  и  $R = [25, 70]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 490) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [25, 98]$ ,  $Q = [1, 42]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in Q) \rightarrow (\neg(x \in P) \wedge (x \in Q) \rightarrow (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 491) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [1, 42]$ ,  $Q = [25, 98]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in Q) \rightarrow (\neg(x \in P) \wedge (x \in Q) \rightarrow (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 492) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [1, 98]$ ,  $Q = [25, 42]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in Q) \rightarrow (\neg(x \in P) \wedge (x \in Q) \rightarrow (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 493) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [25, 42]$ ,  $Q = [1, 98]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in Q) \rightarrow (\neg(x \in P) \wedge (x \in Q) \rightarrow (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 494) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [25; 50]$ ,  $Q = [40; 75]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \equiv (x \in Q)) \vee (\neg(x \in P) \rightarrow (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 495) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [25; 50]$ ,  $Q = [54; 75]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \equiv (x \in Q)) \vee (\neg(x \in P) \rightarrow (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 496) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [25; 120]$ ,  $Q = [54; 75]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \equiv (x \in Q)) \vee (\neg(x \in P) \rightarrow (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 497) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [55; 80]$ ,  $Q = [20; 105]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \equiv (x \in Q)) \vee (\neg(x \in P) \rightarrow (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 498) ([PRO100 ЕГЭ](#)) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(680y + 256x < A) \vee (5x + 3y > 11112)$$

истинно для любых целых неотрицательных значений  $x$  и  $y$ .

- 499) (**Досрочный ЕГЭ-2022**) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 3) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 5)) \vee (x + A \geq 70)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 500) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 7) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 21)) \vee (2x + A \geq 120)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 501) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 12) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 90)) \vee (x + 2A \geq 512)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 502) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 250) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 10)) \vee (3x + 2A \geq 1000)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 503) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 175) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 25)) \vee (2x + A \geq 1780)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 504) (**Е. Джобс**) Обозначим через ДЕЛ( $n$ ,  $m$ ) утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула  

$$(ДЕЛ(x, 6) \rightarrow \neg ДЕЛ(x, 14)) \vee (x + A \geq 70) \wedge ДЕЛ(A, 20)$$
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .
- 505) (**Е. Джобс**) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [117; 158]$  и  $Q = [129; 180]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула  

$$(x \in P) \rightarrow ((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P)$$
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .
- 506) (**ЕГЭ-2022**) Для какого наибольшего целого неотрицательного  $A$  выражение  

$$(x + y \leq 22) \vee (y \leq x - 6) \vee (y \geq A)$$
тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых положительных значениях переменных  $x$  и  $y$ ?
- 507) (**ЕГЭ-2022**) Обозначим через ДЕЛ( $n$ ,  $m$ ) утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего целого неотрицательного  $A$  выражение  

$$(ДЕЛ(x, 2) \rightarrow \neg ДЕЛ(x, 3)) \vee (x + A \geq 80)$$
тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ ?
- 508) (**Е. Джобс**) Обозначим через ДЕЛ( $n$ ,  $m$ ) утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». При скольких целых неотрицательных значениях  $A$  выражение  

$$ДЕЛ(A, 25) \wedge (ДЕЛ(x, 24) \wedge ДЕЛ(x, 75) \rightarrow ДЕЛ(x, A))$$
тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ ?
- 509) (**А. Богданов**) Для какого наибольшего целого неотрицательного  $A$  выражение  

$$(2y + x \neq 70) \vee (x < y) \vee (A < x)$$
тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ ?
- 510) (**Е. Джобс**) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [254; 800]$  и  $Q = [410; 823]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула  

$$((x \in P) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow (x \in Q)$$
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .
- 511) (**А. Кабанов**) Обозначим через ДЕЛ( $n$ ,  $m$ ) утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ »; и пусть на числовой прямой дан отрезок  $B = [70; 80]$ . Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула  

$$ДЕЛ(x, A) \vee ((x \in B) \rightarrow \neg ДЕЛ(x, 18))$$
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ ?
- 512) (**А. Кабанов**) Обозначим через ДЕЛ( $n$ ,  $m$ ) утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ »; и пусть на числовой прямой дан отрезок  $B = [50; 70]$ . Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула  

$$ДЕЛ(x, A) \vee (ДЕЛ(x, 23) \rightarrow \neg(x \in B))$$
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ ?
- 513) (**А. Кабанов**) Обозначим через ДЕЛ( $n$ ,  $m$ ) утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ »; и пусть на числовой прямой дан отрезок  $B = [160; 180]$ . Для какого количества различных натуральных значений числа  $A$  формула  

$$(x \in B) \rightarrow (ДЕЛ(x, 35) \rightarrow ДЕЛ(x, A))$$
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ ?

- 514) **(А. Кабанов)** Обозначим через ДЕЛ( $n, m$ ) утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ »; и пусть на числовой прямой дан отрезок  $B = [70; 80]$ . Для какого количества различных натуральных значений числа  $A$  формула

$$\text{ДЕЛ}(x, 12) \wedge (x \in B) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной  $x$ ?

- 515) **(А. Кабанов)** Обозначим через ДЕЛ( $n, m$ ) утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ »; и пусть на числовой прямой дан отрезок  $B = [20; 80]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in B) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 17) \rightarrow (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ ?

- 516) **(А. Кабанов)** Обозначим через ДЕЛ( $n, m$ ) утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ »; и пусть на числовой прямой дан отрезок  $B = [10; 40]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in A) \vee ((x \in B) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 6))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ ?

- 517) **\*(Е. Джибс)** Обозначим через ДЕЛ( $n, m$ ) утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Найдите максимальное натуральное значение параметра  $A$ , при котором выражение

$$(\text{ДЕЛ}(z, 115) \vee \text{ДЕЛ}(y, 78) \vee \text{ДЕЛ}(x, 51)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x \cdot y \cdot z, A)$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любых натуральных значениях переменных  $x, y, z$ ).

- 518) **(М. Ишимов)** Обозначим через ДЕЛ( $n, m$ ) утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Обозначим через СУММБОЛ( $s, d$ ) утверждение «сумма целых чисел  $s$  и  $d$  больше 0». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(x + A \geq 160) \vee (\text{ДЕЛ}(x, 7) \rightarrow \neg \text{СУММБОЛ}(x, -17))$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной  $x$ ?

- 519) **(А. Богданов)** На числовой прямой даны два отрезка:  $B = [23; 37]$  и  $C = [41; 73]$ . Укажите наименьшую длину такого отрезка  $A$ , для которого логическое выражение

$$\neg((\neg(x \in B) \rightarrow (x \in C)) \rightarrow (x \in A))$$

тождественно ложно, т. е. принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 520) **(Д. Статный)** На числовой прямой Обозначим через ДЕЛ( $n, m$ ) утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [257, 356]$ ,  $Q = [5, 600]$  и  $R = [59, 228]$ . Какова минимальная длина отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in R) \rightarrow (x \in A)) \vee ((\text{ДЕЛ}(x, 3) \rightarrow (x \in P)) \rightarrow ((x \in Q) \rightarrow (x \in A)))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ ?

- 521) **(А. Богданов)** Обозначим через ПОЗ( $n, m$ ) функцию, которая возвращает истину, если результат разности  $(n-m)$  положительное число, и ложь в противном случае. Для какого наибольшего целого неотрицательного числа  $A$  формула

$$\neg \text{ПОЗ}(x+y, 73) \vee \neg \text{ПОЗ}(37, x-y) \vee \text{ПОЗ}(y, A)$$

тождественно истинна, т. е. принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ ?

- 522) **(PRO100 ЕГЭ)** Обозначим через ДЕЛ( $n, m$ ) утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального  $A$  выражение

$$(\text{ДЕЛ}(x, 2) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 13)) \vee (x + A \geq 1000)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ ?

- 523) Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ .

Например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ . Для какого наименьшего неотрицательного целого числа  $A$  формула

$$(x \& 112 \neq 0 \vee x \& 86 \neq 0) \rightarrow (x \& 65 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ ?

- 524) Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ .

Например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ . Для какого наименьшего неотрицательного целого числа  $A$  формула

$$(x \& 123 \neq 0 \vee x \& 98 \neq 0) \rightarrow (x \& 75 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ ?

- 525) (А. Богданов) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [13; 19]$  и  $Q = [17; 23]$ . Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$\neg(\neg(x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \rightarrow ((x \in A) \rightarrow (\neg(x \in Q) \rightarrow (x \in P)))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ ?

- 526) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [13; 21]$ ,  $Q = [17; 30]$  и  $R = [24; 38]$ . Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$(\neg((x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in R)))) \rightarrow (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ ?

- 527) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [135; 218]$ ,  $Q = [174; 308]$  и  $R = [246; 382]$ . Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$(\neg((x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in R)))) \rightarrow (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ ?

- 528) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [1315; 2018]$ ,  $Q = [1745; 3089]$  и  $R = [2463; 3828]$ . Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$(\neg((x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in R)))) \rightarrow (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ ?

- 529) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [13; 21]$ ,  $Q = [23; 35]$  и  $R = [28; 38]$ . Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$(\neg((x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in R)))) \rightarrow (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ ?

- 530) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [135; 211]$ ,  $Q = [234; 356]$  и  $R = [288; 384]$ . Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$(\neg((x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in R)))) \rightarrow (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ ?

- 531) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [1315; 2161]$ ,  $Q = [2344; 3516]$  и  $R = [2828; 3814]$ . Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$(\neg((x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in R)))) \rightarrow (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ ?

- 532) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [13; 21]$ ,  $Q = [3; 38]$  и  $R = [24; 35]$ . Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$(\neg((x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in R)))) \rightarrow (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ ?

- 533) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [131; 215]$ ,  $Q = [36; 384]$  и  $R = [243; 355]$ . Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$(\neg((x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in R)))) \rightarrow (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ ?

- 534) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [1381; 2165]$ ,  $Q = [369; 3894]$  и  $R = [2643; 3155]$ .

Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$(\neg((x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in R)))) \rightarrow (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ ?

- 535) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [10; 21]$ ,  $Q = [13; 38]$  и  $R = [18; 25]$ . Укажите

наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$(\neg((x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in R)))) \rightarrow (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ ?

- 536) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [106; 218]$ ,  $Q = [132; 388]$  и  $R = [183; 256]$ . Укажите

наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$(\neg((x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in R)))) \rightarrow (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ ?

- 537) На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [1023; 2148]$ ,  $Q = [1362; 3898]$  и  $R = [1813; 2566]$ .

Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$(\neg((x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in R)))) \rightarrow (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ ?

- 538) (А. Богданов) Для какого наименьшего целого неотрицательного  $A$  выражение

$$(11 \leq y) \vee (7y < x) \vee (A > x \cdot y)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ ?

- 539) (А. Богданов) Для какого наименьшего целого неотрицательного  $A$  выражение

$$(x \geq 27) \vee (2x < 3y) \vee (A > (x+2)(y-3))$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ ?

- 540) (Е. Джобс) Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ . Например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ . Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(x \& 103 = 0) \wedge (x \& 94 \neq 0) \rightarrow (x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ ?

- 541) (Е. Джобс) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [5; 54]$ ,  $Q = [50; 93]$ . Найдите минимальное целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(x \notin P) \wedge (x \in Q) \rightarrow (x > A)$$

ложно (принимает значение 0) ровно для 20 целых значений  $x$ .

- 542) (ЕГЭ-2023) Для какого наименьшего целого неотрицательного  $A$  выражение

$$(x < A) \vee (y < A) \vee (x + 2y > 50)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ ?

- 543) (ЕГЭ-2023) Для какого наименьшего целого неотрицательного  $A$  выражение

$$(x \cdot y < A) \vee (x < y) \vee (9 < x)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ ?

- 544) (ЕГЭ-2023) Для какого наибольшего целого неотрицательного  $A$  выражение

$$(x + 2 \cdot y > A) \vee (y < x) \vee (x < 30)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ ?

- 545) (**Е. Джобс**) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального  $A$  выражение

$$\text{ДЕЛ}(x, 10) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 26) \wedge (x \geq 300) \rightarrow (A \leq x)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ ?

- 546) (**А. Рогов**) Обозначим через  $n \mid m$  поразрядную дизъюнкцию неотрицательных целых чисел  $n$  и  $m$ . Так, например,  $12 \mid 6 = 1100_2 \mid 0110_2 = 1110_2 = 14$ . Для какого наименьшего неотрицательного целого числа  $A$  выражение

$$(x \mid 42 > 64) \wedge (x \mid 34 \leq 102) \rightarrow \neg(x \mid A < 70)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ ?

- 547) (**А. Богданов**) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального  $A$  выражение

$$(A + x < 123) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 5) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 7))$$

тождественно истинно (т.е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной  $x$ ?

- 548) Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ . Например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ . Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(x \& 2735 \neq 0) \rightarrow ((x \& 1234 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ ?

- 549) Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ . Например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ . Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(x \& 3582 = 0) \rightarrow ((x \& 4531 \neq 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ ?

- 550) Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ . Например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ . Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(x \& 27358 \neq 0) \rightarrow ((x \& 12345 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ ?

- 551) Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ . Например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ . Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(x \& 73156 = 0) \rightarrow ((x \& 63567 \neq 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ ?

- 552) Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ . Например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ . Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$((x \& 156 \neq 0) \vee (x \& 436 \neq 0)) \rightarrow (x \& A > 0)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом неотрицательном значении переменной  $x$ ?

- 553) Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ .  
Например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ . Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$((x \& 673 \neq 0) \vee (x \& 189 \neq 0)) \rightarrow (x \& A > 0)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом неотрицательном значении переменной  $x$ ?

- 554) Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ .  
Например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ . Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$((x \& 7653 \neq 0) \vee (x \& 9751 \neq 0)) \rightarrow (x \& A > 0)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом неотрицательном значении переменной  $x$ ?

- 555) Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ .  
Например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ . Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$((x \& 8375 \neq 0) \vee (x \& 6743 \neq 0)) \rightarrow (x \& A > 0)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом неотрицательном значении переменной  $x$ ?

- 556) Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ .  
Например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ . Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$((x \& 84653 \neq 0) \vee (x \& 51763 \neq 0)) \rightarrow (x \& A > 0)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом неотрицательном значении переменной  $x$ ?

- 557) Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ .  
Например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ . Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$((x \& 32765 \neq 0) \vee (x \& 22635 \neq 0)) \rightarrow (x \& A > 0)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом неотрицательном значении переменной  $x$ ?

- 558) При каком наибольшем целом  $A$  найдутся такие целые неотрицательные  $x$  и  $y$ , при которых выражение

$$(5x + y > 63) \vee (x > 2y) \vee (3x + 2y < A)$$

ложно?

- 559) При каком наибольшем целом  $A$  найдутся такие целые неотрицательные  $x$  и  $y$ , при которых выражение

$$(12x + 2y > 56) \vee (x > 2y) \vee (5x + y < A)$$

ложно?

- 560) При каком наибольшем целом  $A$  найдутся такие целые неотрицательные  $x$  и  $y$ , при которых выражение

$$(3x + 2y > 25) \vee (x > 2y) \vee (x + 4y < A)$$

ложно?

- 561) При каком наибольшем целом  $A$  найдутся такие целые неотрицательные  $x$  и  $y$ , при которых выражение

$$(3x + 2y > 95) \vee (4x < 3y) \vee (x + 4y < A)$$

ложно?

- 562) При каком наибольшем целом  $A$  найдутся такие целые неотрицательные  $x$  и  $y$ , при которых выражение

$$(4x + y > 115) \vee (x > 3y) \vee (x + 4y < A)$$

ложно?